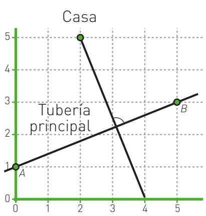
Actividad competencial 1. Abastecimiento de agua potable

1. c)
2. 2 puntos por g) y b). 1 punto por g) o b)
3. Hasta A: recta r: $2x - y = -1$. Desde la casa hasta B: recta r: $2x + 3y = 19$.
   - Si se dan las dos rectas: 2 puntos.
   - Si se da una recta: 1 punto.
4. 

   - Si se traza correctamente: 2 puntos.
   - Si aparece la idea de trazar una perpendicular: 1 punto.
5. a) Recta perpendicular s: $5x + 2y = 20$.
   b) Punto de intersección $D(3{,}1,\ 2{,}24)$.
   c) Distancia $\dfrac{|2\cdot 2 - 5\cdot 5 + 5|}{\sqrt{2^2 + 5^2}} = 2{,}9$ unidades = 29 m.
   - Si se dan las tres respuestas correctas: 3 puntos.
   - Si hay dos respuestas correctas: 2 puntos.
   - Si hay una respuesta correcta: 1 punto.

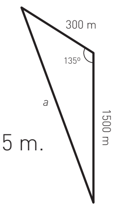
Actividad competencial 2. La escalera de emergencia

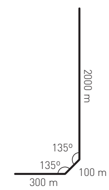
1. c)
2. 2 puntos por c) y d). 1 punto por c) o d)
3. 340 : 17 = 20 escalones. La longitud horizontal del tramo es de 28 · 20 = 560 cm aunque la última pedada se confunde con el descanso. La inclinación es el arco cuya tangente vale 17/28, que aproximadamente es 31,3º.
   - Si se dan las dos respuestas: 2 puntos.
   - Si se da una respuesta bien: 1 punto.
4. Vale a = 17 cm y b = 28 cm y a = 17,5 cm y b = 28 cm, pues:

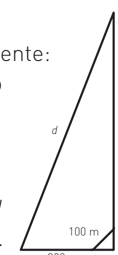
a (cm)	*b* (cm)	¿Cumplen la ley?	2*a* + *b*	inclinación (º)	cómoda
17	28	sí	62	31,3	sí
17,5	28	sí	63	32	sí

   - Si aparecen los dos pares con la justificación: 2 puntos.
   - Si solo se da un par: 1 punto.
5. a) e: $y = \dfrac{3{,}4}{5{,}6}x$
   b) p: $y = \dfrac{3{,}4}{5{,}6}x + 1$
   c) La distancia es $\dfrac{|3{,}4\cdot 2 - 5{,}6\cdot 3 + 5{,}6|}{\sqrt{5{,}6^2 + 3{,}4^2}} = 0{,}67$ m.
   - Si aparecen las tres respuestas: 3 puntos.
   - Si hay dos bien: 2 puntos.
   - Si hay una bien: 1 punto.

Actividad competencial 3. La posición de las cámaras

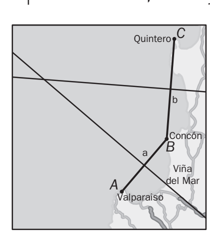
1. b)
2. 2 puntos por d) y g). 1 punto por d) o g)
3. La trayectoria seguida es la del esquema siguiente. Usando el teorema del coseno tenemos: $a^2 = 1500^2 + 300^2 - 2\cdot 1500\cdot 300\cdot \cos 135º$; a = 1725 m.


   - Si se da la solución con los cálculos: 2 puntos.
   - Si se da al menos el teorema del coseno: 1 punto.
4. 

   - Si se da el gráfico con los ángulos: 2 puntos.
   - Si hay algo bien: 1 punto.
5. Tomamos como referencia la figura siguiente: En la parte inferior se forma un triángulo isósceles rectángulo. Usando el teorema de Pitágoras: $100^2 = x^2 + x^2 \rightarrow$ $\rightarrow x = \sqrt{5000} = 70{,}71$ m. El triángulo rectángulo grande tiene una hipotenusa d y los catetos miden 2070,71 m y 370,71 m. Aplicando nuevamente el teorema de Pitágoras, resulta que la distancia d vale 2103,6 m. Por lo tanto, sí funcionaría el dispositivo.


   - Si se da la solución razonada: 3 puntos.
   - Si hay solo un error: 2 puntos.
   - Si hay algo bien: 1 punto.

Actividad competencial 4. Navegando en alta mar

1. c)
2. 2 puntos por b), c) y d). 1 punto si hay un error.
3. Los puntos de la mediatriz de AB equidistan de A y de B y los puntos de la mediatriz de BC equidistan de B y de C. Por lo tanto, el punto donde se cortan estas dos mediatrices equidista de A, de B y de C.


   - Si se da el dibujo y la explicación: 2 puntos.
   - Si se habla de mediatrices: 1 punto.

4. a) Si 3,68 cm corresponden a 13 250 m = 1 325 000 cm, resulta que 1 cm en el plano corresponde aproximadamente a 360 000 cm reales. Por lo tanto la escala es 1:360 000.
b) Será 5,33 · 360 000 = 1 918 800 cm = 19,19 km.
- Si se argumenta y resuelven las dos preguntas: 2 puntos.
- Si solo se argumenta y resuelve una pregunta: 1 punto.

5. Para calcular las distancias se usa el teorema de seno.
$\frac{AG}{\sin 77{,}53^\circ}=\frac{a}{\sin 30^\circ} \rightarrow AG = 25{,}87$ km.
$\frac{BG}{\sin 72{,}47^\circ}=\frac{a}{\sin 30^\circ} \rightarrow BG = 25{,}27$ km.
$\frac{CG}{\sin 66{,}29^\circ}=\frac{BG}{\sin 68{,}7} \rightarrow CG = 24{,}83$ km.
Por lo tanto, la población más cercana al barco averiado *G* es Quintero *C*.
- Si se da la solución razonada: 3 puntos.
- Si se calcula la distancia: 2 puntos.
- Si hay algo bien: 1 punto.

Actividad competencial 5. Orientándose en la montaña

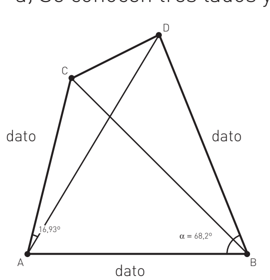
1. d) *ACEB* forma un paralelogramo.

2. 2 puntos por d) y f). 1 punto por d) o f)

3. Los segmentos *CD* y *DE* están aproximadamente a la misma distancia de *A*, y el segmento *DE* es mayor que el segmento *CD*, por tanto el ángulo *CAD* es menor que el ángulo *DAE* y Javier lleva razón.
- Si se llega a la conclusión razonadamente: 2 puntos.
- Si aparece la respuesta sin explicación: 1 punto.

4. Usando el teorema del coseno $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos 76^\circ \rightarrow BC^2 = 19^2 + 15{,}66^2 - 2 \cdot 19 \cdot 15{,}66 \cdot \cos 76^\circ \rightarrow BC^2 = 461{,}87 \rightarrow BC = 21{,}5$ km.
- Si se da el resultado con las operaciones: 2 puntos.
- Si usa el teorema del coseno: 1 punto.

5. a) Se conocen tres lados y dos ángulos:



b) Usando tª del cateto se tiene $AD^2 = AB^2 + BD^2 - 2AB \cdot BD \cdot \cos 68{,}2^\circ = 491{,}4 \rightarrow AD = 22{,}2$ km.
c) Usando el teorema del cateto se tiene $CD^2 = AC^2 + AD^2 - 2AC \cdot AD \cdot \cos 17^\circ = 73$. Luego $CD = 8{,}55$ km.
- Si se dan las tres respuestas correctas: 3 puntos.
- Si se dan dos respuestas correctas: 2 puntos.
- Si se da una respuesta correcta: 1 punto.

Actividad competencial 6. Viaje a las Galápagos

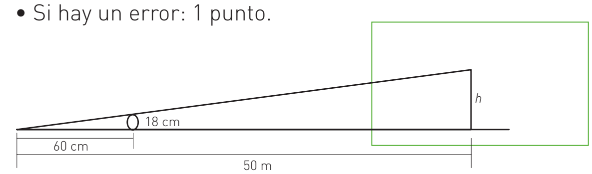
1. c)

2. b)

3. No tiene datos suficientes En este momento habría tres incógnitas y dos datos.
- Si aparece que no es posible calcularlo y una explicación: 2 puntos.
- Si aparece que no es posible, sin explicación: 1 punto.

4. Usando la tangente en los triángulos rectángulos *AOH* y *BOH*, se obtiene:
$\tan HAO = \tan 56^\circ = \frac{OH}{OA}$, $\tan HBO = \tan 65^\circ = \frac{OH}{OB}$. Despejando *OH* de las dos ecuaciones: $OH = OA \cdot \tan 56^\circ = (OB + 10) \cdot \tan 56^\circ$ y $OH = OB \cdot \tan 65^\circ$. Igualando, queda: $(OB + 10) \cdot \tan 56^\circ = OB \cdot \tan 65^\circ \rightarrow OB \cdot \tan 56^\circ + 10 \cdot \tan 56^\circ = OB \cdot \tan 65^\circ$.
Despejando *OB* se obtiene:
$OB = \frac{-10 \cdot \tan 56^\circ}{\tan 56^\circ - \tan 65^\circ} = 22{,}4\,\text{m}$ y $OH = 48$ m.
- Si se da la solución desarrollada: 2 puntos.
- Si hay un error: 1 punto.

5.



Usando el teorema de Tales se tiene:
$\frac{18}{60}=\frac{h}{50} \rightarrow h = 15$ m
- Si aparece la representación y la solución: 3 puntos. /
- Si hay un error: 2 puntos. / • Si hay algo bien: 1 punto.

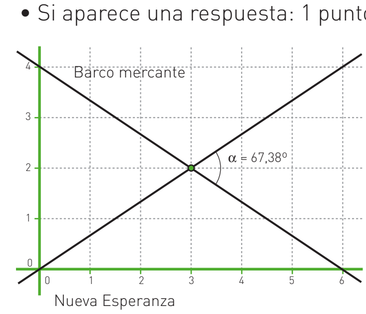
Actividad competencial 7. El capitán

1. d)

2. a), d) y f)
- Si aparecen todas las respuestas: 2 puntos.
- Si hay un error: 1 punto.

3. Forma general: $x + 3y - 12 = 0$. Punto de corte: $\left(4, \frac{8}{3}\right)$.
- Si se dan las dos respuestas: 2 puntos.
- Si aparece una respuesta: 1 punto.

4.



El ángulo formado por las rectas equivale al ángulo que forman sus vectores de dirección
$\cos\left(\widehat{r,s}\right) = \cos\left(\widehat{\vec{v}_r, \vec{v}_s}\right) = \left| \frac{(3,2)\cdot(3,-2)}{|(3,2)| \cdot |(3,-2)|} \right|$.

Operando hallamos $\cos\left(\widehat{r,s}\right) = \cos\alpha = \frac{5}{13}$ y $\alpha = \arccos\frac{5}{13} = 67{,}38^{\circ}$.
- Si se da la solución desarrollada: 2 puntos.
- Si se da la fórmula para calcular ángulos, sea con cosenos o con las tangentes usando las pendientes: 1 punto.

5. a) Unas ecuaciones paramétricas son $\begin{cases} x = 3t \\ y = 2t \end{cases}$
Un punto genérico es $R(3t, 2t)$.
b) Hallamos el valor de t para que $d(P, R) = 2$:
$(P,R) = \sqrt{(3t-5)^2 + (2t-1)^2} = 2 \rightarrow (3t-5)^2 + (2t-1)^2 =$
$= 4 \rightarrow 9t^2 - 30t + 25 + 4t^2 - 4t + 1 = 4 \rightarrow 13t^2 - 34t + 22 = 0.$
Resultan dos valores de t: $t = 1{,}1745$ y $t = 1{,}4409$.
c) Para $t = 1{,}1745$, $x = 3{,}52$ e $y = 2{,}35$, es decir, el punto $(3{,}52,\ 2{,}35)$. Para $t = 1{,}4409$, $x = 4{,}32$ e $y = 2{,}88$, es decir, el punto $(4{,}32,\ 2{,}88)$. Entre dichos puntos el barco mercante puede ser detectado por el radar del Nueva Esperanza.
- Si se dan las tres respuestas desarrolladas: 3 puntos.
- Si hay un error: 2 puntos.
- Si hay algo bien: 1 punto.

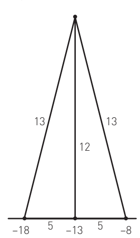
Actividad competencial 8. Representando los números complejos

1. a)

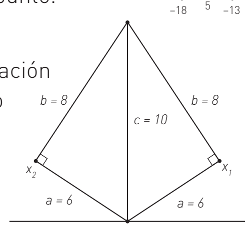
2. 2 puntos por a) y c). 1 punto por a) o c)

3. $b = 13$ y $c = 12$.

$x_1 = -8$ y $x_2 = -18$.
- Si aparecen la representación y la respuesta: 2 puntos.
- Si solo aparece la representación o la respuesta: 1 punto.

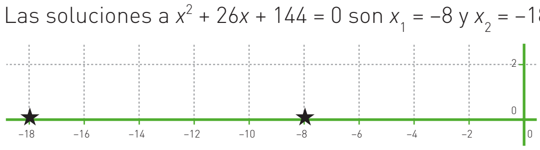


4. $b = 8$ y $c = 10$, luego $b < c$ y su representación mediante el método de Wallis es:

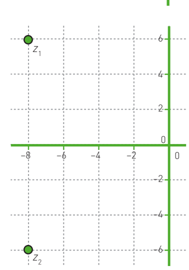


Las soluciones son $x_1 = -8 + 6i$ y $x_2 = -8 - 6i$
- Si aparecen la representación y la respuesta: 2 puntos.
- Si solo aparece la representación o la respuesta: 1 punto.

5. Las soluciones a $x^2 + 26x + 144 = 0$ son $x_1 = -8$ y $x_2 = -18$.



Las soluciones a $x^2 + 16x + 100 = 0$ son $x_1 = -8 + 6i$ y $x_2 = -8 - 6i$.



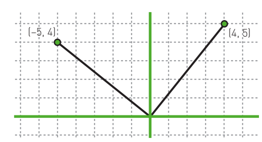
Usando el método de Wallis hay simetría entre las soluciones respecto de la recta $x = -b$. Con la representación usual hay simetría respecto al eje de abcisas.
- Si aparecen las representaciones y la comparación: 3 puntos.
- Si hay un error: 2 puntos.
- Si hay algo bien: 1 punto.

Actividad competencial 9. La isla del tesoro

1. b)

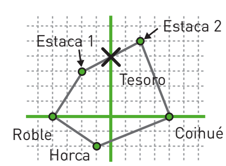
2. d) 2 puntos. b) 1 punto.

3. $(4 + 5i) \cdot i = 4i + 5i^2 = 4i + 5 \cdot (-1) = -5 + 4i$. Si nos fijamos en los afijos de los dos números complejos, $(4, 5)$ y $(-5, 4)$, la representación que se obtiene es:



Se produce un giro de 90º en sentido contrario al de las agujas de reloj con centro en el origen.
- Si aparece la respuesta justificada: 2 puntos.
- Si no hay justificación: 1 punto.

4.



- Si completa el mapa: 2 puntos.
- Si contiene algún error: 1 punto.

5. Nos ayudamos del anterior esquema.
Si bien se puede hacer analíticamente o usando números complejos, lo vamos a resolver visualmente fijándonos en el esquema:
a) De la horca al roble tenemos el vector $(-1 - x, -y)$. El vector de mismo módulo, girado 90º a la derecha es $(-y, 1 + x)$. La estaca 1 ($E1$) se encuentra en $R(-1, 0) + (-y, 1 + x) =$ $= E1(-1 - y, 1 + x)$.
b) De la horca al coihué tenemos el vector $(1 - x, -y)$. El vector de mismo módulo, girado 90º a la izquierda es $(y, 1 - x)$. La estaca 2 ($E2$) se encuentra en $C(1, 0) +$ $+ (y, 1 - x) = E2(1 + y, 1 - x)$.
c) El tesoro se encuentra en el punto medio entre $E1(-1 - y, 1 + x)$ y $E2(1 + y, 1 - x)$, que es el punto tesoro $T(0, 1)$.
- Si se dan las tres respuestas: 3 puntos.
- Si hay dos bien: 2 puntos.
- Si hay algo bien: 1 punto.

Actividad competencial 10. La mancha de petróleo

1. d)

2. 2 puntos por a). 1 punto por b)

3. Sustituyendo en las fórmulas $t = 5 \cdot 60 = 300$ minutos se tiene aproximadamente que $a = 161$ m y $b = 75$ m.
Semidistancia focal: $c^2 = a^2 - b^2 \rightarrow c = 142$ (o 143) m.
Excencitricidad: $\varepsilon = c/a = 0{,}89$.
- Si aparecen las respuestas explicadas: 2 puntos.
- Si no hay explicación: 1 punto.

4. Pasamos las horas a minutos y obtenemos $24 \cdot 60 = 1440$ min. Calculamos $b(1440) = 18 \cdot 1440^{1/4} = 111$ m. Calculamos $a(1440) = 111 + 1{,}2 \cdot 1440^{3/4} = 391$ (o 392) m.
La mancha es una elipse que guarda de forma aproximada las proporciones entre los semiejes 392 a 111, es decir, casi 4 veces más larga que estrecha.

- Si aparecen los cálculos y la representación: 2 puntos.
- Si hay algo bien: 1 punto.

5. a) $\dfrac{x^2}{604^2} + \dfrac{y^2}{132^2} = 1$.
b) Si está centrada en $O(350, 280)$, entonces
$$\frac{(x-350)^2}{604^2} + \frac{(y-280)^2}{132^2} = 1.$$
- Si aparecen las ecuaciones correctamente: 3 puntos.
- Si hay un error: 2 puntos.
- Si hay algo bien: 1 punto.

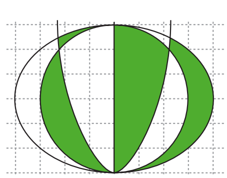
Actividad competencial 11.
Los nuevos jardines

1. a)

2. c)

3. Puede usarse el área sombreada de la figura 1 y multiplicarla por 2. El área sombreada de la figura 1 es, aproximando a las unidades: área del cuadrado – área del círculo = $(6 \cdot 3)^2 - \pi 9^2 = 70$ m^2. Esta área se multiplica por 2 y se obtiene la parte no sombreada de la figura 2, aproximando a las unidades: 140 (o 139) m^2. De este modo, el área sombreada $(6 \cdot 3)^2 - 140$ (o 139) = 184 (o 185) m^2.
- Si se da la respuesta con los cálculos: 2 puntos.
- Si solo aparece la representación o la respuesta: 1 punto.

4. Respuesta gráfica abierta. Por ejemplo:



- Si aparece la representación con las condiciones: 2 puntos.
- Si falta alguna condición: 1 punto.

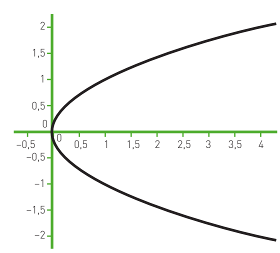
5. a) El centro es $C(18, 0)$ y el radio vale $r = 9$ m, por lo tanto $(x - 18)^2 + y^2 = 9^2$.
b) Las rectas que pasan por $O(0, 0)$ son de la forma $y = mx$.
Buscamos una recta que tenga un único punto de intersección con la circunferencia $(x - 18)^2 + y^2 = 9^2$: $(x - 18)^2 + (mx)^2 = 9^2 \rightarrow (x - 18)^2 + m^2x^2 = 9^2 \rightarrow x^2 - 36 \cdot x + 324 + m^2x^2 = 81 \rightarrow (1 + m^2)x^2 - 36 \cdot x + 324 - 81 = 0 \rightarrow (1 + m^2)x^2 - 36 \cdot x + 243 = 0$. Para que tenga solución única, el discriminante debe ser 0, por lo tanto: $36^2 - 4 \cdot (1 + m^2) \cdot 243 = 0 \rightarrow 1296 - 972 - 972 \cdot m^2 = 0 \rightarrow 324 = 972 \cdot m^2$. Con lo que $m = \pm\sqrt{\dfrac{1}{3}}$, por lo que las rectas tangentes son $y = \pm\sqrt{\dfrac{1}{3}}x$. Los puntos de corte para $m = \pm\sqrt{3}$ resultan:
$(1 + m^2)x^2 - 36 \cdot x + 243 = 0 \rightarrow (1 + 1/3)x^2 - 36 \cdot x + 243 = 0 \rightarrow (4/3)x^2 - 36 \cdot x + 243 = 0 \rightarrow x = 13{,}5$.
c) El punto de tangencia es, aproximando a las décimas: $T(13{,}5,\ 7{,}8)$
- Si se dan las tres respuestas: 3 puntos.
- Si hay uno o dos errores: 2 puntos.
- Si hay algo bien: 1 punto.

Actividad competencial 12.
La parábola

1. b)

2. 2 puntos por a) y c). 1 punto por a) o c)

3. No se trata de una función. Para que lo sea, cada valor debe tener una o ninguna imagen, en este caso para $x = 4$ hay dos imágenes: $y = 2$ e $y = -2$. Su gráfica es de la forma:



- Si se da la respuesta explicada: 2 puntos.
- Si se da la respuesta pero no hay explicación: 1 punto.

4. La derivada es $y' = 2x$, por lo tanto la pendiente de la recta tangente en (1, 1) es $y'(1) = 2 \cdot 1 = 2$. De este modo, la ecuación de la recta tangente es $y - 1 = 2(x - 1)$.
- Si se da la respuesta con los cálculos: 2 puntos.
- Si hay un error: 1 punto.

5. La recta tangente en (1, 1) es $y = 2x - 1$ y su vector de dirección es $\vec{v} = (1, 2)$. El vector desde $F(0,\ 0{,}25)$ hasta $P(1, 1)$ es $\vec{w} = (1,\ 0{,}75)$. El ángulo que forman estos vectores es 26,56°. El vector de salida del foco es (0, 1). El ángulo que forma $\vec{v} = (1, 2)$ con (0, 1) es 26,56°. Por lo tanto, sale con el mismo ángulo con el que incide.
- Si se da la respuesta explicada: 3 puntos.
- Si se da la respuesta con una explicación incompleta: 2 puntos.
- Si hay algo bien: 1 punto.