Activitat competencial 1. Càlcul d'impostos

1. b)

2. a) 24 + 5% de 500 = 24 + 25 = 49

3. Aquestes retencions corresponen al tram 3r.
Tenim: 24 pises + 5% de x = 80, per tant: $24+\frac{5}{100}x=80 \rightarrow$
$\rightarrow 2400 + 5x = 8000 \rightarrow 5x = 5600 \rightarrow x = 1120$ pises. Sumem a 1000 pises aquesta quantitat i en resulta que guanya 1000 + + 1120 = 2120 pises.
- Si es dóna la solució amb les operacions: 2 punts.
- Si es dóna la solució sense operacions o el desenvolupament és correcte però hi ha algun error a les operacions: 1 punt.

4. Ha de pagar el que correspon als trams 1r, 2n, 3r i 4t, això és: 3 + 21 + 75 + 250 = 349. Pel que guanyi per sobre de 5000 pises (x – 5000) ha de pagar el 20%, és a dir, $\left(x-5000\right)\cdot\frac{20}{100}$, per tant, el polinomi és
$pagar\left(x\right)=349+\left(x-5000\right)\cdot\frac{20}{100}$. Polinomi de grau 1.
- Si es dóna el polinomi (en aquesta forma o una altra de vàlida): 2 punts.
- Si es dóna correctament una de les dues respostes: 1 punt.

5. a) $y = 0{,}01x$, b) $y = 99 + 0{,}1(x - 2500)$, c) $y = 24 + 0{,}05(x - 1000)$, d) $y = 3 + 0{,}03(x - 300)$
- Si es donen les quatre respostes correctes: 3 punts.
- Si hi ha un error: 2 punts.
- Si hi ha dos errors: 1 punt.

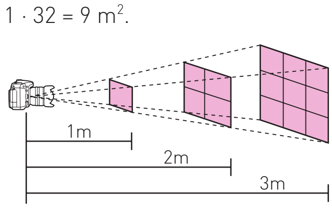
Activitat competencial 2. Lumen, lux i flaix

1. d)

2. b) $10 \cdot 5 = 50$ m^2; $500 \cdot 50 = 25\,000$ lm; $25\,000 : 1000 =$ = 25 bombetes.

3. Llum d'una estrella (vista des de la Terra): 0,00005 lux o 50 μlx. Lluna plena a gran altitud en latituds tropicals: 1 lx. Sala d'un habitatge familiar: 50 lx. Sortida o posta de sol un dia clar: 400 lx o 4 hlx. Il·luminació habitual en un estudi de televisió: 1000 lx o 1 klx. Màxima llum solar un dia mitjà: 100000 lx o 100 klx.
- Si hi ha la solució correcta: 2 punts.
- Si hi ha dos errors com a màxim: 1 punt.

4. a) Si a una distància d'1 m s'il·lumina 1 m^2, si ens n'allunyem 2 m, la superfície il·luminada és $1 \cdot 22 = 4$ m^2.
b) Si ens n'allunyem 3 m, la superfície il·luminada és $1 \cdot 32 = 9$ m^2.



- Si es dibuixen correctament els esquemes: 2 punts.
- Si hi ha un error: 1 punt.

5. a) 36 : 4 = 9 lx
b) 36 : 9 = 4 lx
c) $y=\frac{36}{x^2}$
- Per les tres respostes: 3 punts.
- Per dues respostes: 2 punts.
- Per una resposta: 1 punt.

Activitat competencial 3. Càrrega de mercaderies

1. a)

2. b)

3. Si la llargada és x, com que l'amplada és de 2,5 m, resulta que l'àrea del terra del contenidor és $2{,}5x$. Com que àrea i perímetre coincideixen numèricament: $2{,}5x = 2 \cdot 2{,}5 + 2x \rightarrow$ $\rightarrow 0{,}5x = 5 \rightarrow x = 10$ m.
- Si es dóna la solució correcta obtinguda mitjançant una equació: 2 punts.
- Si es dóna la solució sense fer servir equacions: 1 punt.

4. En Gabriel triga x hores a realitzar la seva tasca, per tant, en una hora realitza $1/(x + 3)$ de la seva feina. En Rafael triga $x + 3$ hores a realitzar la seva tasca, per tant, en una hora realitza $1/(x + 3)$ de la seva tasca.
- Si es donen les dues solucions: 2 punts.
- Si només es dóna una solució: 1 punt.

5. a) En 1 h, en Gabriel realitza 1/x de la seva feina i en Rafael realitza $1/(x + 3)$ de la seva feina. Per tant, els dos junts realitzen cada hora $1/x + 1/(x + 3) = 1/2$.
b) Per eliminar els denominadors es multiplica tot per $x(x + 3) \cdot 2$ i l'equació resultant és $x(x + 3) \cdot 2 \cdot 1/x +$ $+ x(x + 3) \cdot 2 \cdot 1/(x + 3) = x(x + 3) \cdot 2 \cdot 1/2$. Simplificat queda $(x + 3) \cdot 2 + x \cdot 2 = x \cdot (x + 3)$, que és $2x + 6 + 2x = x^2 + 3x \rightarrow$ $\rightarrow 0 = x^2 - x - 6$.
c) Usant la fórmula per resoldre equacions de segon grau dóna com a solucions $x = 3$ i $x = -2$. Per tant, en Gabriel triga 3 h i en Rafael en triga 6. Cada hora en Gabriel realitza 1/3 de la feina i en Rafael 1/6, de manera que els dos junts realitzen 1/3 + 1/6 = ½. Per això, els dos junts triguen 2 h.
- Si es donen les tres respostes: 3 punts.
- Si hi ha un error: 2 punts.
- Si hi ha dos errors: 1 punt.

Activitat competencial 4. La vinya

1. d)

2. a) i d)
- Si hi ha les dues solucions: 2 punts.
- Si hi ha una solució: 1 punt.

3. En Manel obté 1200 · 16 = 19200 kg, que a 0,30 pises/kg resulta 19200 · 0,30 = 5760 pises.
En Vicenç produeix un 10% més, és a dir, 19200 + + 19200 · 0,1 = 21120 kg. Com que el seu raïm es paga un 10% menys, és: 0,30 – 0,30 · 0,1 = 0,27 = = 5702,4 pises.
En Manel obté més ingressos.
• Si es dóna el que ingressen tots dos: 2 punts.
• Si només es donen els ingressos d'en Manel: 1 punt.

4.

0	50	100	150	200	250
1200	1250	1300	1350	1400	1450
0	0,5	1	1,5	2	2,5
16	15,5	15	14,5	14	13,5
19 200	19 375	19 500	19 575	19 600	19 575

• Si es comet un error com a màxim: 2 punts.
• Si es cometen tres errors com a màxim: 1 punt.

5. a) $f(x) = 19\,200 + 16x - 12x - 0{,}01x^2 = -0{,}01x^2 + 4x + 19\,200$
b) La seva gràfica és una paràbola. Com que el quoficient és de x^2 negatiu, té les branques cap avall i, per tant, té el seu màxim en el vèrtex. El vèrtex s'obté per a $x = -b/2a$, essent a el quoficient de x^2 i b el quoficient de x. En aquest cas, l'abscissa del vèrtex és $x = 200$.
c) En Manel ha d'afegir-hi 200 ceps. Amb això tenen 1400 ceps en total i cada un produeix 14 kg de raïm, la qual cosa dóna una producció total de 19600 kg.
• Si es donen les tres respostes: 3 punts,
• Si hi ha dues respostes: 2 punts.
• Si hi ha una sola resposta: 1 punt.

Activitat competencial 5. El rebut de la llum

1. c)

2. a)

3. Si la despesa mensual va ser de 222 pises, mitjançant una regla de tres es pot calcular la despesa personal, de manera que si x és el 100%, 222 pises és el 120%.
Per tant, x = 185 pises de despesa personal. Si a la despesa personal li restem la quota fixa tenim 185 – 12 = 173 pises de consum. Per tant, els kWh consumits són 173 : 0,1 = = 1730 kWh.
• Si es dóna la resposta raonada: 2 punts.
• Si es dóna la resposta sense raonar o hi ha un error en els càlculs: 1 punt.

4. Consum = 0,1 · x pises. Despesa personal = 12 + 0,1 · x pises.
Despesa mensual $y = 12 + 0{,}1 \cdot x + (12 + 0{,}1 \cdot x) \cdot 20/100 = = 1{,}2 \cdot (12 + 0{,}1 \cdot x)$.
• Si es dóna la resposta correcta: 2 punts.
• Si hi ha alguna cosa bé: 1 punt.

5. La gràfica serà com la gràfica inicial però amb punts en lloc de barres.
a) Els punts de cada gràfica es desplacen 20 unitats cap amunt.
b) $y = f(x) + 20$.
• Si es donen les tres respostes, inclosa la gràfica: 3 punts.
• Si es donen dues respostes: 2 punts.
• Si només hi ha una resposta bé: 1 punt.

Activitat competencial 6. Lleis de Kirchhoff

1. b)

2. a) i c)
• Si hi ha les dues solucions: 2 punts.
• Si hi ha un error: 1 punt.

3. No cal usar el que diu la llei, es suficient observar les xifres i incògnites que apareixen en cada figura.
A la Figura 1 hi ha : 8, 3, 4, 9, I_1, I_2, per tant , l'equació c) . A la Figura 2 apareixen: 8, 3, 9, 16, I_1, I_3, per tant, l'equació b).
• Si es donen les dues respostes: 2 punts.
• Si es dóna la resposta sense raonar: 1 punt.

4. a) Vertader. Es necessita una equació per cada incògnita del sistema. Com que en algunes ocasions una equació pot dependre d'unes altres dues (és el cas en què una equació sigui, per exemple, el resultat de la suma d'aquestes), en fan falta com a mínim tres.
b) Fals. Per tal que una solució d'una equació sigui solució del sistema és necessari i suficient que es verifiqui en totes les equacions del sistema.
• Si es donen les dues respostes justificades: 2 punts.
• Si es dóna una resposta correcta justificada o les dues però sense justificar: 1 punt.

5. En substituir I_3 queda un sistema amb dues equacions:
$\begin{cases} 3I_1 - 9I_2 + 4 = 0 \\ 12I_1 + 9I_2 - 8 = 0 \end{cases}$ les solucions del qual són
I_1 = 4/15 A, I_2 = 8/15 A e I_3 = 12/15 A = 4/5A.
• Per la solució correcta: 3 punts.
• Per una de les tres incògnites: 2 punts.
• Pel sistema després de substituir: 1 punt.

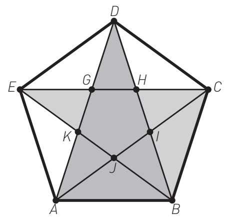
Activitat competencial 7. El pentàgon estrellat

1. b)

2. b) 360º : 5 = 72º

3. Els arcs $\overset{\frown}{AB}, \overset{\frown}{BC}, \overset{\frown}{CD}, \overset{\frown}{DE}$ i $\overset{\frown}{EA}$ són iguals, ja que es tracta d'un pentàgon regular. Com que $\overset{\frown}{DE} = \overset{\frown}{EA} = \overset{\frown}{AB}$, tenim que els angles DCH, HCI, ICB també han de ser iguals.
• Si es dóna la resposta raonada: 2 punts.
• Si es dóna la resposta sense raonar: 1 punt.

4. Els cinc angles dels vèrtexs sumen 5 · 180º – 360º = = 540º. Per tant, cada un val 540º : 5 = 108º i, conseqüentment DEA = 108º. Com que l'angle DCH és la tercera part de DCB, aquest té una amplitud de 108º : 3 = 36º.
• Si es donen els dos angles amb els càlculs: 2 punts.
• Si només es dóna un angle o els dos però sense càlculs: 1 punt.

5. 

Són semblants *ABD*, *BCH* i *EGK*. Es tracta de triangles isòsceles l'angle dels quals mesura 36º.

- Si es pinten els tres triangles semblants: 3 punts.
- Si es pinten dos triangles semblants: 2 punts.
- Si estan esmentats però no pintats: 1 punt.

Activitat competencial 8. Viatge per la Terra Mitjana

1. c)

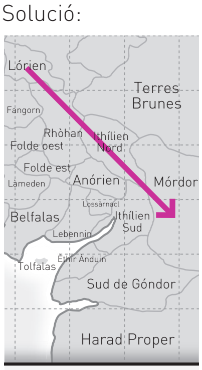
2. b)

3. De manera aproximada: de La Comarca a Lórien són 3 unitats a la dreta i 1 cap avall, això és el vector $\vec{v}_1 = (3, -1)$ el mòdul del qual és $|\vec{v}_1| = \sqrt{3^2 + (-1)^2} = \sqrt{9+1} = 3{,}16$ unitats.

De Lórien al Bosc Llobregós són 1,5 unitats a la dreta i 1 amunt, això és el vector $\vec{v}_2 = (1{,}5, 1)$ el mòdul del qual és $|\vec{v}_2| = \sqrt{1{,}5^2 + 1^2} = \sqrt{2{,}25+1} = 1{,}80$. També es poden trobar usant el teorema de Pitàgores.
Per tant, han de recórrer 3,16 + 1,80 = 4,96 unitats, que són 4,96 · 120 = 596,2 milles. A un ritme de 20 milles per jornada, triguen 596,2 : 20 = 29,81, és a dir, uns 30 dies.

- Si es donen els resultats amb els càlculs: 2 punts.
- Si hi ha un resultat correcte (per exemple, una distància en unitats): 1 punt.

4. Solució:



De manera aproximada: de Lorien (6, 5,5) a Mórdor (9, 3) portaria una direcció de 3 unitats a la dreta i 2,5 unitats cap avall. Per tant, la distància recorreguda coincideix amb el mòdul del vector: $|\vec{v}| = |(3, 2{,}5)| = 3{,}9$ milles. La direcció no és exactament SE; perquè ho fos haurien de coincidir els components del vector.

- Si es donen les dues respostes correctes i el dibuix: 2 punts.
- Si hi falta una cosa: 1 punt.

5. Les coordenades aproximades són: (8, 4,5)

b) $\vec{v}_1 + \vec{v}_2 = (1, -2) + (1, 1) = (2, -1)$

- Si hi apareix tot correcte: 3 punts.
- Si hi ha un error: 2 punts.
- Si hi ha alguna cosa bé: 1 punt.

Activitat competencial 9. Mesurar la Terra

1. c)

2. a): 2 punts. b) o c): 1 punt.

3. En ser paral·lels els raigs del Sol, tenim la situació de la figura de la presentació inicial. Els angles 1-3 i 5-7 són iguals perquè són angles oposats pel vèrtex. Els vèrtexs 1-5 i 3-7 són angles corresponents, per tant, també són iguals.

- Pel raonament adequat i complet: 2 punts.
- Si s'exposen els principals arguments: 1 punt.

4. a) Com que una circumferència completa són 360º i l'ombra cobria 1/50 part, l'angle d'incidència és 360º : 50 = 7,2º = 7º 12'
b) Si un arc de 5000 estadis representa 1/50 part de la circumferència màxima, la circumferència sencera són 5000 · 50 = 250 000 estadis, que en metres són: 250 000 · 159 = 39 750 000 m = 39 750 km. Erastòtenes va cometre un error menor de l'1%.

5. a) e = (6371 − 6326,4) : 6371 = 0,007 = 0,7%

b) $A = 4\pi r^2 = 5{,}10 \cdot 10^8$ km^2

c) $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = 1{,}08 \cdot 10^{12}$ km^3

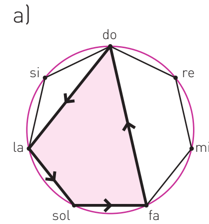
- Si es donen els tres resultats: 3 punts.
- Si se'n donen dos: 2 punts.
- Si només se'n dóna un: 1 punt.

Activitat competencial 10. Música i simetries

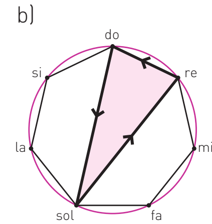
1. c)

2. d)

3. a)



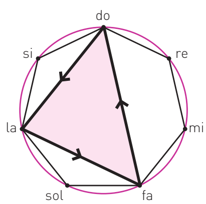
b)



• Si es dibuixen les dues inversions correctament: 2 punts.
• Si es dibuixa una inversió correctament: 1 punt.

4. En el transport es realitza un gir de $n \cdot 360^\circ : 7$, essent n el nombre de notes que es desplacen. Així, si et desplaces 2 llocs, el gir que es realitza és de $2 \cdot 360^\circ : 7$. En la inversió s'aplica una simetria axial, essent l'eix de simetria la recta que passa per do i pel centre de la circumferència.
• Si s'expliquen les dues relacions correctament: 2 punts.
• Si s'explica una relació correctament: 1 punt.

5. La figura és *do*, *sol*, *mi*, i la seva inversió és *do*, *fa*, *la*, i la retrogradació la deixa com a *do*, *la*, *fa*, la figura de la qual és:



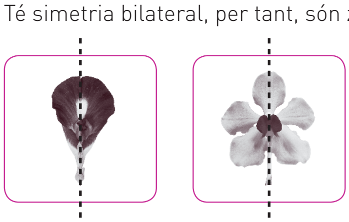
Si es realitza primer la retrogradació queda *do*, *mi*, *sol*, la retrogradació de la qual la deixa com a *do*, *la*, *fa*. Per tant, l'ordre de la inversió i la retrogradació no influeix en el resultat.

Activitat competencial 11. Simetria floral

1. a)

2. c): 2 punts. / b): 1 punt.

3. Té simetria bilateral, per tant, són zigomorfes.

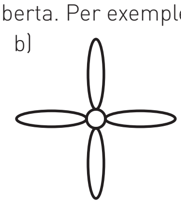


• Si es dibuixen els dos eixos i es diu el que són: 2 punts.
• Si hi ha un eix: 1 punt.

4. Resposta gràfica oberta. Per exemple:

a)

b)



• Si hi ha les dues figures correctes: 2 punts.
• Si hi ha un eix bé: 1 punt.

5.

sis — cinc — quatre

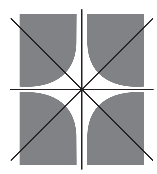
• Si les tres estan bé: 3 punts.
• Si n'hi ha dues de bé: 2 punts.
• Si només n'hi ha una de bé: 1 punt.

Activitat competencial 12. Els logos més cars

1. c) El símbol de «més gran que».

2. d)

3. a) Els girs de 90º, 180º i 270º amb centre al centre del quadrat.
b) La simetria central respecte del centre del quadrat i quatre simetries axials.



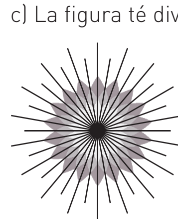
• Si es donen les dues respostes: 2 punts.
• Si només es dóna una resposta: 1 punt.

4.

	Gir de 90º	Gir de 180º	Gir de 270º	Simetria respecte a eix vertical	Simetria respecte a eix horitzontal
N	c)	a)	c)	d)	d)
Z	f)	b)	f)	e)	e)

• Si es donen totes les respostes: 2 punts.
• Si hi ha un error: 1 punt.

5. a) Els girs amb eix al centre de la imatge (o centre de la circumferència on està inscrita la imatge) i angle múltiple de 20º (des de 20º fins a 160º).
b) La simetria central respecte del centre de la figura.
c) La figura té divuit simetries axials.



• Si hi ha les tres respostes: 3 punts.
• Si hi ha dues respostes: 2 punts.
• Si només n'hi ha una: 1 punt.