

Activitat competencial 1. Residents a Espanya

- a)
- b) i d) 2 punts. / b) o d): 1 punt.
- Com que $Y = 1$, tenim 11717171, que dividit entre 23 resulta de quocient 509442 i de resta 5. Li correspon la lletra M.
 - Si s'hi indica la lletra M amb els càlculs: 2 punts.
 - Si hi ha un error, per exemple no convertir la Y en 1: 1 punt.
- Els possibles números, després de convertir Y en 1, són: 11561580, 11561581, 11561582... i 11561589. Si agafem el menor i el dividim entre 23 obtenim $11561580 : 23 = 502677,39...$ Si s'agafa la part sencera i es multiplica per 23 tenim $502677 \cdot 23 = 11561571$. Com que la resta que correspon a la lletra N és 12, quan ho sumem tenim: $11561571 + 12 = 11561583$, sent el NIE correcte Y 1561583-N.
 - Si s'hi indica 3 de manera raonada: 2 punts.
 - Si no ho raona: 1 punt.
- Es prova traient cada vegada una de les xifres i calculant la lletra corresponent. Si es treu un 0 queda Y0112233-F; si es treu un 1 queda Y0012233-B, si es treu un 2 queda Y0011233-T, i si es treu un 3 queda Y0011223-J; per tant, hi sobra un 3.
 - Si es dóna la resposta correcta i justificada: 3 punts.
 - Si hi ha la resposta correcta una mica justificada: 2 punts.
 - Si es dóna la resposta sense justificar: 1 punt.

Activitat competencial 2. Selecció d'esportistes

- b)
- a): 2 punts.
b): 1 punt.
- Si de 90 nois se n'han de seleccionar 22, aplicant la regla de tres, queda:

$$\text{Fageda: } x = \frac{22 \cdot 45}{90} = 11, \text{ Assumpció: } x = \frac{22 \cdot 35}{90} = 8,5...$$

$$\text{i Santana: } x = \frac{22 \cdot 10}{90} = 2,4...$$

Fent servir la regla de tres, de Fageda n'haurien d'anar 11, d'Assumpció 8 i de Santana 2. La plaça que queda pendent d'assignar correspon al col·legi amb la part decimal superior, en aquest cas, el col·legi Assumpció (0,55...). Per tant, de Fageda n'hi van 11, d'Assumpció n'hi van 9 i de Santana n'hi van 2.

- Si es dóna el resultat ben explicat: 2 punts. / Si es dóna el resultat sense explicar o de manera incompleta: 1 punt.
- Si de 70 noies se n'han de seleccionar 23, aplicant la regla de tres, queda:

$$\text{Fageda: } x = \frac{23 \cdot 35}{70} = 11,5, \text{ Assumpció: } x = \frac{23 \cdot 25}{70} = 8,21$$

$$\text{i Santana: } x = \frac{23 \cdot 10}{70} = 3,28.$$

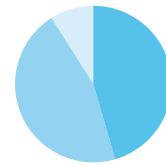
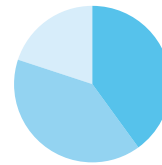
Fent servir la regla de tres, de Fageda n'hi van 11, d'Assumpció n'hi van 8 i de Santana n'hi van 3. La plaça que queda pendent d'assignar correspon al col·legi Fageda (0,5).

Per tant, de Fageda n'hi van 12, d'Assumpció n'hi van 8 i de Santana n'hi van 3.

- Si hi ha els tres resultats raonats: 2 punts.
- Si hi ha un error: 1 punt

- a) En total són $60 + 60 + 20 = 140$ pares. Repartir pares fent la regla de tres dóna com a primer resultat: Fageda: 4,29 pares, Assumpció: 4,29 pares i Santana: 1,43 pares. Com que $4 + 3 + 1 = 9$, queda 1 pare pendent d'adjudicar que se l'emporta el de decimal superior, que és el col·legi Santana (0,43). Finalment, queda: Fageda: 4,71 pares, Assumpció: 4,71 pares i Santana: 1,57 pares. Com que $4 + 4 + 1 = 9$, queden 2 pares sense adjudicar que se'ls emportaria els del decimal superior, és a dir, les escoles Fageda i Assumpció (0,71). Finalment, queda: Fageda: 5 pares, Assumpció: 5 pares i Santana: 1 pare.

c) Amb 10 representants: Amb 11 representants:



El més paradoxal és que el col·legi Santana tenia 2 representants i, en afegir un lloc més i passar de 10 representants a 11 representants, el col·legi va perdre un representant.

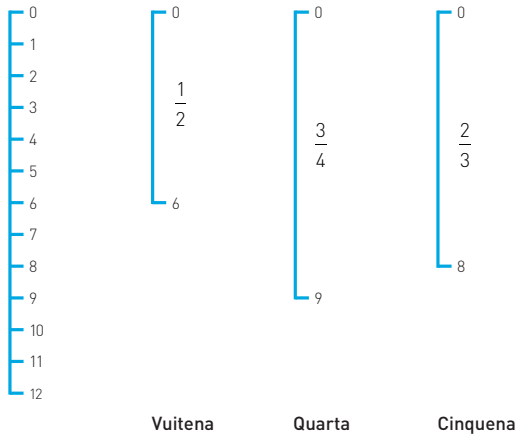
- Si es donen les tres respostes correctes: 3 punts.
- Si es donen dues respostes correctes: 2 punts.
- Si es dóna una resposta correcta: 1 punt.

Activitat competencial 3. El soroll dels electrodomèstics

- a)
- b) i c): 2 punts. / b) o c): 1 punt.
- La diferència és $80 - 30 = 50$ dB o 5 B. Per tant, la diferència d'intensitats és de 105. Per tant, una trituradora és 100000 vegades més sorollosa que una cafetera.
 - Si es dóna l'explicació correcta: 2 punts.
 - Si hi ha un error: 1 punt.
- La diferència entre el model C i el model B és $6 - 5,5 = 0,5$ B. La diferència entre el model C i el model A és $6 - 5 = 1$ B. El model C és 100,5 vegades més sorollós que el model B o, dit d'una altra manera, 3,16 vegades. El model C és 101 vegades més sorollós que el model A.
 - Si es donen els dos resultats correctes: 2 punts.
 - Si es dóna un resultat correcte: 1 punt.
- Habitació tranquil·la: 40 dB; explosió d'una bomba atòmica: 200 dB; xiuxiueig de les fulles: 10 dB; trepant elèctric: 100 dB; cascades del Niàgara: 80 dB, i tro: 130 dB.
 - Si es relacionen tots correctament: 3 punts.
 - Si es cometen dos errors com a màxim: 2 punts.
 - Si es cometen quatre errors com a màxim: 1 punt.

Activitat competencial 4. Pitàgores i l'harmonia

- d)
- a): 2 punts.
- Pot servir:



- Si hi ha les tres solucions correctes: 2 punts.
 - Si hi ha un error: 1 punt.
- La mitjana aritmètica de 12 i 6 és 9, ja que $(12 + 6) : 2 = 9$. Els nombres 12 i 6 tenen de mitjana geomètrica l'arrel quadrada de $12 \cdot 6$, que és l'arrel de 72. Els nombres 9 i 8 tenen de mitjana geomètrica l'arrel quadrada de $9 \cdot 8$, que és l'arrel de 72.
 - Si es relacionen correctament la mitjana aritmètica i la geomètrica: 2 punts.
 - Si només se'n relaciona correctament una: 1 punt

5. a) $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ b) $\frac{1}{h} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ c) $\frac{1}{8} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{6}\right)$

- Si es donen les tres respostes correctes: 3 punts,
- Si es donen dues respostes correctes: 2 punts.
- Si només es dóna una resposta correcta: 1 punt.

Activitat competencial 5. El dígit verificador

- c)
- a) i d): 2 punts. / a) o d): 1 punt.
- El nombre següent és 15212122. Falta calcular el DV. Sumem tots els productes:
 $3 + 10 + 14 + 6 + 10 + 4 + 6 + 4 = 57$.

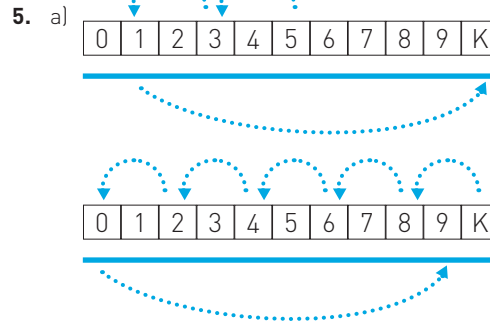
Després es divideix entre 11: $\begin{array}{r} 57 \\ 11 \\ \hline 5 \end{array}$
Finalment, es resta a 11 la resta obtinguda: $11 - 2 = 9$.
El número RUN és 15212122-9.

- Si es dóna el resultat: 2 punts.
 - Si hi ha un error: 1 punt
- En primer lloc, calculem els productes amb les xifres conegudes:

Nombre	2	1	-	9	8	7	6	9
Es multiplica per...	3	2	7	6	5	4	3	2
S'obté...	6	2	-	54	40	28	18	18

Sumem tots es productes: $6 + 2 + 54 + 40 + 28 + 18 + 18 = 166$. En dividir entre 11 queda $\begin{array}{r} 166 \\ 11 \\ \hline 15 \end{array}$
Es resta a 11 la resta obtinguda:
 $11 - 1 = 10$. D'aquesta manera, el DV és K amb els productes coneguts. Per tant, n'hi ha prou de posar 0 a la xifra desconeguda. El número RUN és 21098769-K.

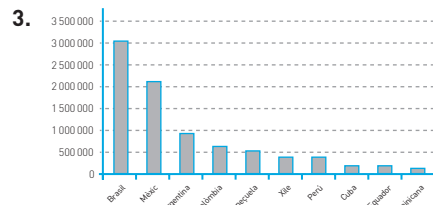
- Si es dóna el resultat correcte i els càlculs: 2 punts.
- Si es dóna el resultat sense els càlculs: 1 punt



- El DV disminueix de dos en dos. Això és així perquè les unitats del nombre es multipliquen per 2, de manera que la suma dels productes augmenta dues unitats. En dividir entre 11 la resta també augmenta dues unitats. Com que la resta de la divisió es resta a 11 per obtenir el DV, resulta que aquest va disminuint de dos en dos.
 - Si hi ha la representació i l'explicació: 3 punts.
 - Si hi ha la representació o l'explicació: 2 punts.
 - Si hi ha un error a la representació o a l'explicació: 1 punt

Activitat competencial 6. El PIB

- b)
- c)



- Si s'elabora la gràfica correctament: 2 punts.
 - Si hi ha algun error poc important: 1 punt.
- a) Any 0 (2014): 75347,2 \$; any 1 (2015): 79114,56 \$; any 2 (2016): 83070,288 \$; any 3 (2017): 87224 \$; any 4 (2018): 91585 \$, i any 5 (2019): 96164 \$.
b) La situació és similar al càlcul d'un interès compost.
Seria: $300\,000 = 75\,347 \cdot (1,05)^n$.
Per tant, $3,98 = (1,05)^n$.
Fent servir logaritmes neperians
 $n = \frac{3,98}{\ln 1,05} \rightarrow n = 28,3$. Per tant, passats com a mínim 29 anys.
- Si es donen les dues respostes correctes: 2 punts.
 - Si només es dóna una resposta: 1 punt.

5. a) Es divideix el PIB entre la població i es multiplica per 1 000 000.
 b) Brasil: 15024, Mèxic: 17714, Argentina: 21501, Colòmbia: 13305, Veneçuela: 17822, Xile: 22786, Perú: 12093, Cuba: 18823, Equador: 11177 i República Dominicana: 13601.
 c) Perquè dos països tinguin la mateixa renda *per capita* ha de ser igual el quocient entre el PIB i la població, per tant, és necessari que aquestes quantitats siguin proporcionals.
 • Per les tres respostes: 3 punts. / • Per dues respostes: 2 punts. / • Per una resposta correcta: 1 punt.

Activitat competencial 7.
Publicitat i vendes

1. c)
 2. b)
 3. Resposta oberta. Hi ha d'haver alguna figura representativa (com ara una cafetera, un gra de cafè...) i alguna figura amb «pics» que sigui cridanera.
 4. a) Es permet un error de +10 o -10 unitats:

Despeses x (pises)	1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000
Vendes v_p (pises)	2114	5835	7203	7707	7892	7960	7985	7995

A partir de 3000 pises s'observa que una despesa de 1000 pises no va acompanyada d'unes vendes superiors a 1000 pises. Per tant, el consell hauria de ser invertir 3000 pises. També seria vàlid invertir 2000 pises.
 • Si hi ha les dues respostes: 2 punts.
 • Si només es dóna una resposta correcta: 1 punt.

5. La funció $v_p = 8000 \cdot (1 - 2e^{-0,001x})$ és tal que en augmentar el valor de x , el valor de $2e^{-0,001x}$ s'aproxima a 0. D'aquesta manera, la funció v_p s'acosta a 8000 com més augmenta x , sense que les vendes puguin superar les 8000 pises. Per tant, en Lluís té raó.
 • Si es dóna l'explicació correcta: 3 punts.
 • Si es dóna la resposta sense tota l'explicació: 2 punts.
 • Si només es dóna la resposta sense explicar: 1 punt.

Activitat competencial 8.
La lluentor dels estels

1. a)
 2. a) i c): 2 punts. / a) o c): 1 punt.
 3.

Magnitud	1	2	3	4	5	6
Vegades més brillant que un cos de magnitud 1	1	2,51	6,31	15,85	39,81	100

Es permet 1 centèsima amunt o avall perquè a mesura que s'uneixen les arrels de 100 o progressions geomètriques varien lleugerament els resultats.
 • Si es donen els dos resultats correctes: 2 punts.
 • Si només es dóna un resultat correcte: 1 punt.

4. La diferència de magnituds entre el Sol i la Lluna és aproximadament de 14; per tant, el Sol és l'arrel cinquena de cent elevada a 14 vegades més lluminós que la Lluna, és a dir, $(\sqrt[5]{100})^{14} \approx 400000$ vegades (arrodonit a les centenes de miler).
 • Si hi ha el resultat explicat: 2 punts.
 • Si hi ha el resultat sense explicar o mal aproximat: 1 punt.

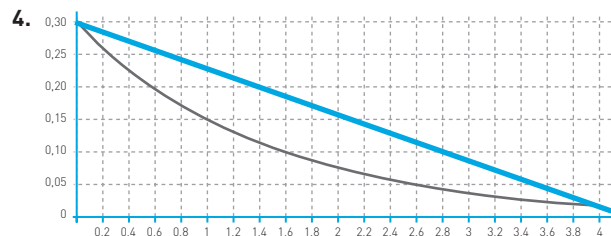
5. La distància de la Terra respecte del Sol és de $149600000 \text{ km} \cdot \frac{1 \text{ pc}}{3,0857 \cdot 10^3 \text{ km}} = 4,86 \cdot 10^{-6} \text{ pc}$.

Si substituïm aquest valor en la fórmula tenim:
 $M = m + 5 - (5 \log 4,86 \cdot 10^{-6}) \rightarrow M = m + 5 - (5 \cdot [-5,3144]) \rightarrow M = -26,75 + 5 + 26,572 = 4,822$.

- Si es dóna el resultat correcte amb els càlculs: 3 punts. /
 • Si calcula la distància en parsec i fa servir la fórmula: 2 punts. / • Si calcula la distància en parsec o fa servir la fórmula: 1 punt.

Activitat competencial 9.
El nivell d'alcohol a la sang

1. b)
 2. a) i c): 2 punts. / a) o c): 1 punt.
 3. S'observa que la recta horitzontal que parteix de $y = 0,1$ talla la corba en un punt l'ordenada del qual està molt a prop d'1,6 h, que equival aproximadament a 1 h 36 min.
 • Si es dóna l'explicació i el resultat en hores i minuts: 2 punts.
 • Si hi falta l'explicació o no hi ha el resultat expressat correctament: 1 punt.



La recta que passa per $A(0, 0,3)$ i $B(4, 0,02)$ és de la forma $y = mx + n$. Com que passa pel punt $A(0, 0,3)$, en substituir x per 0, i y per 0,3, resulta $n = 0,3$. Substituint x per 4, i y per 0,02 resulta $m = 0,07$. Per tant, l'equació és: $y = 0,07x + 0,3$.

- Si dibuixa la recta i l'equació: 2 punts.
 • Si només dóna la gràfica o l'equació: 1 punt.
 5. a) Com que el punt passa per $A(0, 0,3)$, sabem que $0,3 = K \cdot P^0 \rightarrow K = 0,3$. Usant aquest valor i sabent que la corba passa per $B(4, 0,02)$, tenim que $0,02 = 0,3 \cdot P^4 \rightarrow P = \sqrt[4]{\frac{0,02}{0,3}} \approx 0,5$. Per tant, $y = 0,3 \cdot (0,5)^t$

b)) L'equació és $0,06 = 0,3 \cdot 0,5^t$, d'on $0,5^t = \frac{0,06}{0,3}$. Aplicant logaritmes a tots dos costats:

$$\ln 0,5^t = \ln \frac{0,06}{0,3} \rightarrow t \ln 0,5 = \ln 0,2 \rightarrow t = \frac{\ln 0,2}{\ln 0,5} \rightarrow t = 2,3219 \text{ h.}$$

- Si es donen els valors correctes de P , K i t : 3 punts.
- Si hi falta un resultat: 2 punts.
- Si hi falten dos resultats: 1 punt

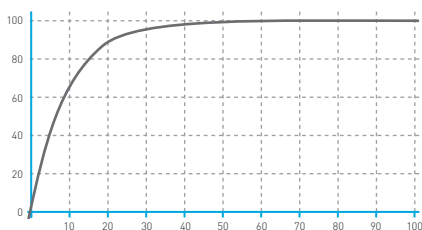
Activitat competencial 10. La corba d'aprenentatge

- b)
- a)
- Passar de 30 a 20 dies implica una disminució en el nombre de peces que passen per cada màquina segons la taula següent:

	Tallar	Tenyir	Cosir
30 dies	96,296	170,123	323,020
20 dies	88,889	121,071	266,667
Diferència	7,407	49,052	56,353

Es pot argumentar que la màquina de tallar és la menys perjudicada per aquest descens. Si es raona la disminució amb percentatge de pèrdua el resultat és similar.

- Si argumenta la resposta correcta: 2 punts.
 - Si es dona la resposta correcta sense argumentar: 1 punt.
- 10 dies: 67 peces; 20 dies: 89 peces; 30 dies: 96 peces; 40 dies: 99 peces; 50 dies: 100 peces, i 100 dies: 100 peces.



- Si es completa la taula amb un error com a màxim i es dibuixa la gràfica: 2 punts. / • Si hi ha dos o més errors a la taula i la gràfica no és correcta: 1 punt.
- Els nivells màxims que es poden obtenir són 100, 500 i 400 peces a la màquina de tallar, tenyir i cosir respectivament. Després de 100 dies de formació amb la màquina de tallar s'arribaria a 100 peces, i s'assoleix el màxim. En el cas de la màquina de tenyir s'arribaria a 375 de 500 possibles, i en el cas de la màquina de cosir s'arribaria a 398 de 400. Només hi ha marge de millora a la màquina de tenyir.
 - Si es dona una resposta argumentada i exacta: 3 punts. /
 - Si es dona una resposta i una explicació no del tot exacta: 2 punts. / • Si es dona la resposta sense explicació: 1 punt.

Activitat competencial. 11. La prova del carboni-14

- a)
- a) i b): 2 punts. / a) o b): 1 punt.
- S'ha de substituir a l'expressió $y(t) = A \cdot e^{-0,000121t}$ la variable independent t per 2300 anys i la quantitat inicial A per 1 g:

$$y = 1 \cdot e^{-0,000121 \cdot 2300} = 0,757 \text{ g.}$$

- Si es dona la resposta amb els càlculs: 2 punts.
 - Si es dona la resposta sense indicar els càlculs: 1 punt.
- Sabem que $A = 0,25$ e $y(t) = 0,19$ g. Si substituïm aquests valors en l'equació i aïllem t obtenim:

$$0,19 = 0,25 \cdot e^{-0,000121t} \rightarrow \frac{0,19}{0,25} = e^{-0,000121t} \rightarrow 0,76 = e^{-0,000121t} \rightarrow \ln 0,76 = \ln e^{-0,000121t} \rightarrow \ln 0,76 = -0,000121t \cdot \ln e$$
 Com que $\ln e = 1$, llavors, $\ln 0,76 = -0,000121t \rightarrow t = \frac{\ln 0,76}{-0,000121} = 2268$

anys. Unes restes d'aquesta edat corresponen al període Horitzó inicial i, per tant, no coincideixen amb els vestigis ceràmics.

- Si es dona la resposta correcta i justificada: 2 punts.
 - Si el resultat no és del tot correcte: 1 punt.
- Si anomenem x la quantitat inicial i $\frac{3x}{4}$ la quantitat actual, substituint aquests valors en l'equació i aïllant t , obtenim:

$$\frac{3}{4}x = x \cdot e^{-0,000121t} \rightarrow \frac{3}{4} = e^{-0,000121t} \rightarrow \ln 0,75 = -0,000121t \ln e \rightarrow \ln 0,75 = -0,000121t$$

$$\rightarrow t = \frac{\ln 0,75}{-0,000121} = 5730 \text{ años}$$
 Per tant, sí que és possible.
 - Per la reposta i el raonament correcte: 3 punts.
 - Per un raonament correcte però si la solució no coincideix: 2 punts.

Activitat competencial 12. El creixement dels peixos

- a)
- a)
- Si en l'equació $W = a \cdot L^b$, augmentem el valor de b , es produeix un augment de W . Per tant, si $b > 3,5$, es produeix un increment superior del pes i parlem d'un creixement al·lomètric positiu.
 - Si es dona la resposta correctament explicada: 2 punts.
 - Si només es dona la resposta: 1 punt.
- Tenim un sistema de dues equacions amb dues incògnites: $12,5 = a \cdot 6^b$ y $50 = a \cdot 12^b$. Dividint el segon entre el primer en resulta $4 = 2^b$, per tant, $b = 2$. Per calcular a agafem la segona equació i substituïm b pel seu valor: $50 = a \cdot 12^2 = a \cdot 144$. Per tant $a = 50 : 144 = 0,34722$. Queda $W = 0,347 \cdot L^2$.
 - Si es donen els valors de a i de b : 2 punts.
 - Si només es dona un valor: 1 punt.
- Aplicant logaritmes tenim: $\log W = \log(a \cdot L^b)$. Com que el logaritme d'un producte és la suma dels logaritmes: $\log W = \log a + \log L^b$. Com que el logaritme d'una potència és l'exponent pel logaritme de la base, s'obté: $\log W = \log a + b \cdot \log L$.
 - Si s'hi indiquen les dues propietats i s'arriba al resultat final: 3 punts. / • Si hi falta una propietat però s'hi arriba a s'anomenen les dues però no s'arriba al resultat final: 2 punts. / • Si hi apareix alguna propietat correcta: 1 punt.