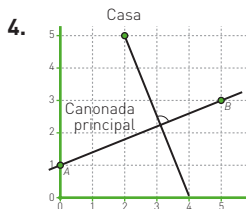


Activitat competencial 1. Abastiment d'aigua potable

- c)
- 2 punts per g) i b). 1 punt per g) o b).
- Fins A: recta $r: 2x - y = -1$. Des de la casa fins a B: recta $r: 2x + 3y = 19$.
 - Si es donen les dues rectes: 2 punts.
 - Si es dóna una recta: 1 punt.



- Si es traça correctament: 2 punts.
 - Si hi ha la idea de traçar una perpendicular: 1 punt.
- a) Recta perpendicular: $s: 5x + 2y = 20$.
 - b) Punt d'intersecció $D(3,1, 2,24)$.
 - c) Distància $\frac{|2 \cdot 2 - 5 \cdot 5 + 5|}{\sqrt{2^2 + 5^2}} = 2,9$ unitats = 29 m.
 - Si es donen les tres respostes correctes: 3 punts.
 - Si hi ha dues respostes correctes: 2 punts.
 - Si hi ha una resposta correcta: 1 punt.

Activitat competencial 2. L'escala d'emergència

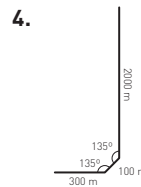
- c)
- 2 punts per c) i d). 1 punt per c) o d).
- $340 : 17 = 20$ esglaons. La longitud horitzontal del tram és de $28 \cdot 20 = 560$ cm encara que l'última petjada es confongui amb el descans. La inclinació és l'arc la tangent del qual cal $17/28$, que aproximadament és $31,3^\circ$.
 - Si es donen les dues respostes: 2 punts.
 - Si es dóna una resposta bé: 1 punt.
- Val $a = 17$ cm i $b = 28$ cm i $a = 17,5$ cm i $b = 28$ cm, ja que:

a (cm)	b (cm)	Compleixen la llei?	2a + b	inclinació [°]	còmoda
17	28	sí	62	31,3	sí
17,5	28	sí	63	32	sí

- Si hi ha els dos parells amb la justificació: 2 punts.
 - Si només es dóna un parell: 1 punt.
- a) $e: y = \frac{3,4}{5,6}x$
 - b) $p: y = \frac{3,4}{5,6}x + 1$
 - c) La distància és $\frac{|3,4 \cdot 2 - 5,6 \cdot 3 + 5,6|}{\sqrt{5,6^2 + 3,4^2}} = 0,67$ m.
 - Si hi ha les tres respostes: 3 punts.
 - Si n'hi ha dues de bé: 2 punts.
 - Si n'hi ha una de bé: 1 punt.

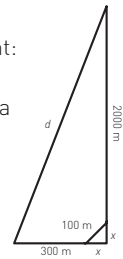
Activitat competencial 3. La posició de les càmeres

- b)
- 2 punts per d) i g). 1 punt per d) o g).
- La trajectòria seguida és la de l'esquema següent. Fent servir el teorema del cosinus tenim: $a^2 = 1500^2 + 300^2 - 2 \cdot 1500 \cdot 300 \cdot \cos 135^\circ$; $a = 1725$ m.
 - Si es dóna la solució amb els càlculs: 2 punts.
 - Si almenys es dóna el teorema del cosinus: 1 punt.



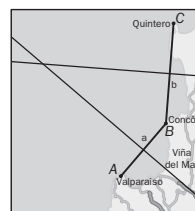
- Si es dóna el gràfic amb els angles: 2 punts.
- Si hi ha alguna cosa bé: 1 punt.

- Agafem com a referència la figura següent: A la part inferior es forma un triangle isòsceles rectangle. Fent servir el teorema de Pitàgores: $100^2 = x^2 + x^2 \rightarrow x = \sqrt{5000} = 70,71$ m. El triangle rectangle gran té una hipotenusa d i els catets fan $2070,71$ m i $370,71$ m. Aplicant una altra vegada el teorema de Pitàgores, en resulta que la distància d val $2103,6$ m. Per tant, el dispositiu sí que funcionaria.
 - Si es dóna la solució raonada: 3 punts.
 - Si només hi ha un error: 2 punts.
 - Si hi ha alguna cosa bé: 1 punt.



Activitat competencial 4. Navegant per alta mar

- c)
- 2 punts per b), c) i d). 1 punt si hi ha un error.
- Els punts de la mediatriu de AB equidisten de A i de B i els punts de la mediatriu de BC equidisten de B i de C . Per tant, el punt on es tallen aquestes dues mediatrises equidista de A , de B i de C .



- Si es dóna el dibuix i l'explicació: 2 punts.
- Si es parla de mediatrises: 1 punt.

4. a) Si 3,68 correspon a 13250 m = 1325000 cm, resulta que 1 cm del plànol correspon aproximadament a 360 000 cm reals. Per tant, l'escala és 1:360 000.
 b) Serà $5,33 \cdot 360000 = 1918800 \text{ cm} = 19,19 \text{ km}$.
 • Si s'argumenta i es resolten les dues preguntes: 2 punts.
 • Si només s'argumenta i es resol una pregunta: 1 punt.

5. Per calcular les distàncies es fa servir el teorema del sinus.

$$\frac{AG}{\sin 77,53^\circ} = \frac{a}{\sin 30^\circ} \rightarrow AG = 25,87 \text{ km.}$$

$$\frac{BG}{\sin 72,47^\circ} = \frac{a}{\sin 30^\circ} \rightarrow BG = 25,27 \text{ km.}$$

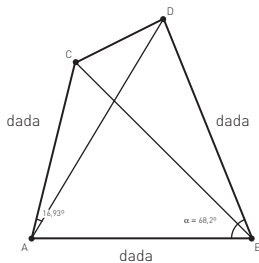
$$\frac{CG}{\sin 66,29^\circ} = \frac{BG}{\sin 68,7^\circ} \rightarrow CG = 24,83 \text{ km.}$$

Per tant, la població més propera al vaixell avariat G és Quintero C.

- Si es dóna la solució raonada: 3 punts.
- Si es calcula la distància: 2 punts.
- Si hi ha alguna cosa bé: 1 punt.

Activitat competencial 5. Orientar-se a la muntanya

1. d) ACEB forma un paral·lelogram.
 2. 2 punts per d) i f). 1 punt per d) o f).
 3. Els segments CD i DE estan aproximadament a la mateixa distància de A, i el segment DE és més gran que el segment CD, per tant, l'angle CAD és més petit que l'angle DAE i en Xavier té raó.
 • Si s'arriba la conclusió de manera raonada: 2 punts.
 • Si hi ha la resposta però sense explicació: 1 punt.
 4. Fent servir el teorema del cosinus $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos 76^\circ \rightarrow BC^2 = 19^2 + 15,66^2 - 2 \cdot 19 \cdot 15,66 \cdot \cos 76^\circ \rightarrow BC^2 = 461,87 \rightarrow BC = 21,5 \text{ km}$.
 • Si es dóna el resultat amb les operacions: 2 punts.
 • Si es fa servir el teorema del cosinus: 1 punt.
 5. a) Es coneixen tres costats i dos angles:



- b) Fent servir el teorema del catet es té $AD^2 = AB^2 + BD^2 - 2AB \cdot BD \cdot \cos 68,2^\circ = 491,4 \rightarrow AD = 22,2 \text{ km}$.
 c) Fent servir el teorema del catet es té $CD^2 = AC^2 + AD^2 - 2AC \cdot AD \cdot \cos 17^\circ = 73$. Luego $CD = 8,55 \text{ km}$.
 • Si es donen les tres respostes correctes: 3 punts.
 • Si es donen dues respostes correctes: 2 punts.
 • Si es dóna una resposta correcta: 1 punt

Activitat competencial 6. Viatge a les Galápagos

1. c)
 2. b)
 3. No es tenen prou dades. En aquest moment hi hauria tres incògnites i dues dades.
 • Si es diu que no és possible calcular-ho i es dóna una explicació: 2 punts. / • Si es diu que no és possible calcular-ho però no s'explica: 1 punt.

4. Fent servir la tangent en els triangles rectangles AOH i BOH, s'obté:

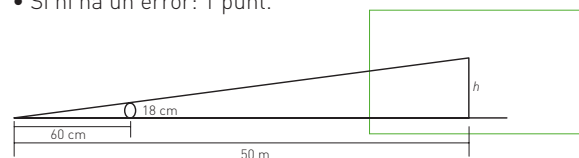
$$\tan HAO = \tan 56^\circ = \frac{OH}{OA}, \tan HBO = \tan 65^\circ = \frac{OH}{OB}. \text{ Aïllant } OH \text{ de}$$

les dues equacions: $OH = OA \cdot \tan 56^\circ = (OB + 10) \cdot \tan 56^\circ$ i $OH = OB \cdot \tan 65^\circ$. Igualant, queda: $(OB + 10) \cdot \tan 56^\circ = OB \cdot \tan 65^\circ \rightarrow OB \cdot \tan 56^\circ + 10 \cdot \tan 56^\circ = OB \cdot \tan 65^\circ$. Aïllant OB s'obté:

$$OB = \frac{-10 \cdot \tan 56^\circ}{\tan 56^\circ - \tan 65^\circ} = 22,4 \text{ m i } OH = 48 \text{ m.}$$

- Si es dóna la solució desenvolupada: 2 punts.
- Si hi ha un error: 1 punt.

- 5.



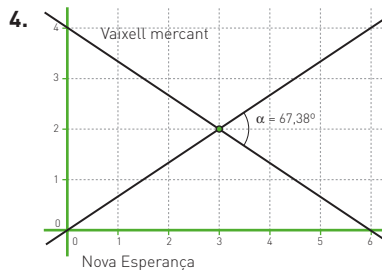
Fent servir el teorema de Tales es té:

$$\frac{18}{60} = \frac{h}{50} \rightarrow h = 15 \text{ m}$$

- Si hi apareixen la representació i la solució: 3 punts. /
- Si hi ha un error: 2 punts. / • Si hi ha alguna cosa bé: 1 punt.

Activitat competencial 7. El capità

1. d)
 2. a), d) i f)
 • Si hi ha totes les respostes: 2 punts.
 • Si hi ha alguna resposta: 1 punt.
 3. Forma general: $x + 3y - 12 = 0$. Punt de tall: $(4, \frac{8}{3})$.
 • Si es donen les dues respostes: 2 punts.
 • Si es dóna una resposta: 1 punt.



L'angle format per les rectes equival a l'angle que formen els seus vectors de direcció

$$\cos(\widehat{r,s}) = \cos(\widehat{\vec{v}_r, \vec{v}_s}) = \frac{|(3,2) \cdot (3,-2)|}{|(3,2)| \cdot |(3,-2)|}$$

Operant, trobem $\cos(\widehat{r,s}) = \cos \alpha = \frac{5}{13}$ i $\alpha = \arccos \frac{5}{13} = 67,38^\circ$.

- Si es dóna la solució desenvolupada: 2 punts.
- Si es dóna la fórmula per calcular angles, bé siguin amb cosinus o bé amb les tangents usant els pendents: 1 punt.

5. a) Unes equacions paramètriques són $\begin{cases} x = 3t \\ y = 2t \end{cases}$
Un punt genèric és $R(3t, 2t)$.

b) Trobem el valor de t per tal que $d(P, R) = 2$:

$$(P,R) = \sqrt{(3t-5)^2 + (2t-1)^2} = 2 \rightarrow (3t-5)^2 + (2t-1)^2 = 4$$

$$\rightarrow 9t^2 - 30t + 25 + 4t^2 - 4t + 1 = 4 \rightarrow 13t^2 - 34t + 22 = 0.$$

En resulten dos valors de t : $t = 1,1745$ i $t = 1,4409$.

c) Per a $t = 1,1745$, $x = 3,52$ e $y = 2,35$, és a dir, el punt $(3,52, 2,35)$. Per a $t = 1,4409$, $x = 4,32$ i $y = 2,88$, és a dir, el punt $(4,32, 2,88)$. Entre aquests punts el vaixell mercant pot ser detectat pel radar del Nova Esperança.

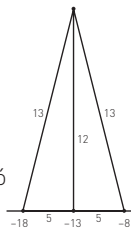
- Si es donen les tres respostes desenvolupades: 3 punts.
- Si hi ha un error: 2 punts.
- Si hi ha alguna cosa bé: 1 punt.

Activitat competencial 8. Representem els nombres complexos

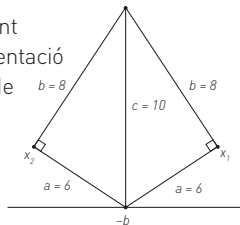
- a)
- 2 punts per a) i c). 1 punt per a) o c).
- $b = 13$ i $c = 12$.

$$x_1 = -8 \text{ y } x_2 = -18.$$

- Si es donen la representació i la resposta: 2 punts.
- Si només es dóna la representació o només la resposta: 1 punt.



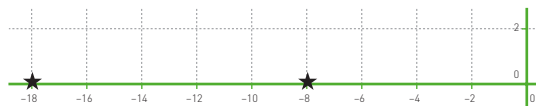
- $b = 8$ y $c = 10$, per tant $b < c$ i la seva representació mitjançant el mètode de Wallis és:



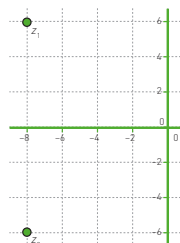
Les solucions són $x_1 = -8 + 6i$ y $x_2 = -8 - 6i$

- Si hi ha la representació i la resposta: 2 punts.
- Si només hi ha la representació o la resposta: 1 punt.

- Les solucions a $x^2 + 26x + 144 = 0$ són $x_1 = -8$ y $x_2 = -18$.



Les solucions a $x^2 + 16x + 100 = 0$ són $x_1 = -8 + 6i$ y $x_2 = -8 - 6i$.

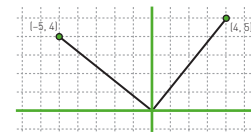


Fent servir el mètode de Wallis hi ha simetria entre les solucions respecte de la recta $x = -b$. Amb la representació usual hi ha simetria respecte de l'eix d'abscisses

- Si hi ha les representacions i la comparació: 3 punts.
- Si hi ha un error: 2 punts.
- Si hi ha alguna cosa bé: 1 punt.

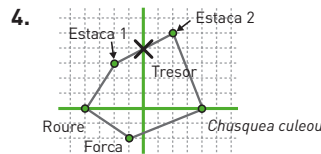
Activitat competencial 9. L'illa del tresor

- b)
- d) 2 punts. b) 1 punt.
- $(4 + 5i) \cdot i = 4i + 5i^2 = 4i + 5 \cdot (-1) = -5 + 4i$. Si ens fixem en els afixos dels dos nombres complexos, $(4, 5)$ i $(-5, 4)$, la representació que s'obté és:



Es produeix un gir de 90° en sentit contrari a les busques d'un rellotge amb centre a l'origen.

- Si hi ha la resposta justificada: 2 punts.
- Si no es dóna la justificació: 1 punt.



- Si es completa el mapa: 2 punts.
 - Si conté algun error: 1 punt.
- Ens ajudem de l'esquema anterior. Si bé es pot fer analíticament o fent servir menys nombres complexos, ho resolldrem visualment fixant-nos en l'esquema:
 - De la forca al roure tenim el vector $(-1 - x, -y)$. El vector de mateix mòdul, girat 90° a la dreta és $(-y, 1 + x)$. L'estaca 1 (E1) es troba a $R(-1, 0) + (-y, 1 + x) = E1(-1 - y, 1 + x)$.
 - De la forca al Chusquea culeou tenim el vector $(1 - x, -y)$. El vector de mateix mòdul, girat 90° a l'esquerra és $(y, 1 - x)$. L'estaca 2 (E2) es troba a $C(1, 0) + (y, 1 - x) = E2(1 + y, 1 - x)$.
 - El tresor es troba en el punt intermediari entre $E1(-1 - y, 1 + x)$ i $E2(1 + y, 1 - x)$, que és el punt tresor $T(0, 1)$.
 - Si es donen les tres respostes: 3 punts.
 - Si n'hi ha dues de bé: 2 punts.
 - Si hi ha alguna cosa bé: 1 punt.

Activitat competencial 10. La taca de petroli

- d)
- 2 punts per a). 1 punt per b).

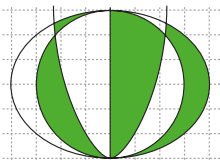
3. Substituint a les fórmules $t = 5 \cdot 60 = 300$ minuts s'obté aproximadament que $a = 161$ m i $b = 75$ m. Semidistància focal: $c^2 = a^2 - b^2 \rightarrow c = 142$ (o 143) m. Excentricitat: $\epsilon = c/a = 0,89$.
- Si hi apareixen les respostes explicades: 2 punts.
 - Si no hi ha explicació: 1 punt.
4. Passem les hores a minuts i obtenim $24 \cdot 60 = 1440$ min. Calculem $b(1440) = 18 \cdot 1440^{1/4} = 111$ m. Calculem $a(1440) = 111 + 1,2 \cdot 1440^{3/4} = 391$ (o 392) m. La taca és una el·lipse que té aproximadament les proporcions entre els semieixos 392 a 111, és a dir, gairebé 4 vegades més llarga que estreta.



- Si hi ha els càlculs i la representació: 2 punts.
 - Si hi ha alguna cosa bé: 1 punt.
5. a) $\frac{x^2}{604^2} + \frac{y^2}{132^2} = 1$.
- b) Si està centrada a $O(350, 280)$, llavors
- $$\frac{(x-350)^2}{604^2} + \frac{(y-280)^2}{132^2} = 1.$$
- Si hi apareixen correctament les equacions: 3 punts.
 - Si hi ha un error: 2 punts.
 - Si hi ha alguna cosa bé: 1 punt.

Activitat competencial 11. Els nous jardins

1. a)
2. c)
3. Es pot fer servir l'àrea ombrejada de la figura 1 i multiplicar-la per 2. L'àrea ombrejada de la figura 1 és, aproximant a les unitats: àrea del quadrat - àrea del cercle = $(6 \cdot 3)^2 - \pi 9^2 = 70$ m². Aquesta àrea es multiplica per 2 i s'obté la part no ombrejada de la figura 2, aproximant a les unitats: 140 (o 139) m². D'aquesta manera, l'àrea ombrejada $(6 \cdot 3)^2 - 140$ (o 139) = 184 (o 185) m².
- Si es dóna la resposta amb els càlculs: 2 punts.
 - Si només hi ha la representació o la resposta: 1 punt.
4. Resposta gràfica oberta. Per exemple:



- Si hi ha la representació amb les condicions: 2 punts.
 - Si hi falta alguna condició: 1 punt.
5. a) El centre és $C(18, 0)$ i el radi val $r = 9$ m, per tant, $(x - 18)^2 + y^2 = 9^2$.
- b) Les rectes que passen per $O(0, 0)$ són de la forma $y = mx$.

Busquem una recta que tingui un únic punt d'intersecció amb la circumferència $(x - 18)^2 + y^2 = 9^2$: $(x - 18)^2 + (mx)^2 = 9^2 \rightarrow (x - 18)^2 + m^2x^2 = 9^2 \rightarrow x^2 - 36 \cdot x + 324 + m^2x^2 = 81 \rightarrow (1 + m^2)x^2 - 36 \cdot x + 324 - 81 = 0 \rightarrow (1 + m^2)x^2 - 36 \cdot x + 243 = 0$. Per tal que tingui solució única, el discriminant ha de ser 0, per tant: $36^2 - 4 \cdot (1 + m^2) \cdot 243 = 0 \rightarrow 1296 - 972 - 972 \cdot m^2 = 0 \rightarrow 324 = 972 \cdot m^2$. Amb la qual cosa $m = \pm\sqrt{\frac{1}{3}}$, motiu pel qual les rectes tangents són

$y = \pm\sqrt{\frac{1}{3}}x$. Els punts de tall per a $m = \pm\sqrt{3}$ resulten:

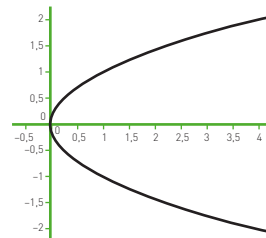
$(1 + m^2)x^2 - 36 \cdot x + 243 = 0 \rightarrow (1 + 1/3)x^2 - 36 \cdot x + 243 = 0 \rightarrow [4/3]x^2 - 36 \cdot x + 243 = 0 \rightarrow x = 13,5$.

c) El punt de tangència és, aproximant a les dècimes: $T(13,5, 7,8)$

- Si es donen les tres respostes: 3 punts.
- Si hi ha un o dos errors: 2 punts.
- Si hi ha alguna cosa bé: 1 punt.

Activitat competencial 12. La paràbola

1. b)
2. 2 punts per a) i c). 1 punt per a) o c).
3. No es tracta d'una funció. Per tal que ho sigui, cada valor ha de tenir una imatge o no tenir-ne cap, en aquest cas per a $x = 4$ hi ha dues imatges: $y = 2$ e $y = -2$. La seva gràfica té la forma:



- Si es dóna la resposta explicada: 2 punts.
 - Si es dóna la resposta però no hi ha explicació: 1 punt.
4. La derivada és $y' = 2x$, per tant, el pendent de la recta tangent a $(1, 1)$ és $y'(1) = 2 \cdot 1 = 2$. D'aquesta manera, l'equació de la recta tangent és $y - 1 = 2(x - 1)$.
- Si es dóna la resposta amb els càlculs: 2 punts.
 - Si hi ha un error: 1 punt.
5. La recta tangent a $(1, 1)$ és $y = 2x - 1$ i el seu vector de direcció és $\vec{v} = (1, 2)$. El vector des de $F(0, 0,25)$ fins a $P(1, 1)$ és $\vec{w} = (1, 0,75)$. L'angle que formen aquests vectors és $26,56^\circ$. El vector de sortida del focus és $(0, 1)$. L'angle que forma $\vec{v} = (1, 2)$ amb $(0, 1)$ és $26,56^\circ$. Per tant, surt amb el mateix angle amb el qual hi incideix.
- Si es dóna la resposta explicada: 3 punts.
 - Si es dóna la resposta amb una explicació incompleta: 2 punts.
 - Si hi ha alguna cosa bé: 1 punt.