

Activitat competencial 1.
El videojoc de futbol

- d)
- 2 punts per a) i f). 1 punt per a) o f).
- La manera de triar 4 equips de 16 de possibles és mitjançant combinacions, ja que no importa l'ordre:

$$\binom{16}{4} = \frac{16!}{4! \cdot 12!} = \frac{16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13}{4 \cdot 3 \cdot 2} = 1820.$$
 El nombre de casos en què hi ha 2 equips europeus i 2 de sud-americans és:

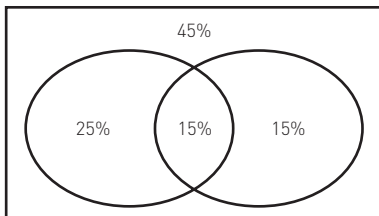
$$\binom{8}{2} \cdot \binom{8}{2} = \frac{8!}{2! \cdot 6!} \cdot \frac{8!}{2! \cdot 6!} = \frac{8 \cdot 7}{2} \cdot \frac{8 \cdot 7}{2} = 28 \cdot 28 = 784.$$
 La probabilitat que en siguin 2 d'europeus i 2 de sud-americans, fent servir la regla de Laplace, és

$$\frac{784}{1820} = 0,43.$$
 - Si es donen les dues respostes: 2 punts.
 - Si es dona una resposta: 1 punt.
- La probabilitat de guanyar tots els partits és de $0,7^3 = 0,343$. La probabilitat que perdi almenys un partit = $1 - \text{guanyar tots els partits} = 1 - 0,343 = 0,657$.
 - Si es donen les dues respostes: 2 punts.
 - Si només se'n dona una: 1 punt.
- Primera ronda: Reia Madrid CF vs. Nacional, Boca Juniors vs. Manchester United, Liverpool FC vs. Peñarol i FC Barcelona vs. Independiente. Semifinals: Real Madrid CF vs. Liverpool FC i Boca Juniors vs. Independiente. Final: Liverpool FC vs. Boca Juniors. Va guanyar: Liverpool FC.
 - Si es donen els set partits: 3 punts.
 - Si es cometen com a màxim dos errors: 2 punts.
 - Si es cometen com a màxim quatre errors: 1 punt.

Activitat competencial 2.
Com ens informem?

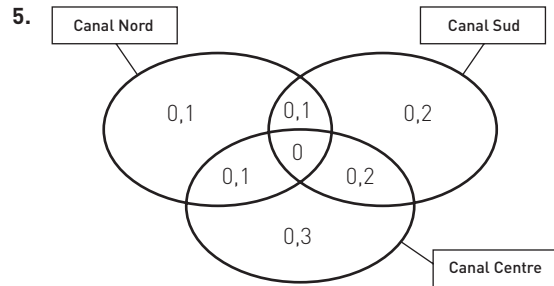
- c)
- 2 punts per b) i d). 1 punt per b) o d).
- La probabilitat que un enquestat llegeixi la premsa, tant si és en format paper com digital, és a dir, la unió, és:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,4 + 0,3 - 0,15 = 0,55.$$



- Si es dona l'esquema i la resposta argumentada: 2 punts.
- Si hi ha alguna cosa bé: 1 punt.

- La probabilitat que no llegeixi ni la premsa en format paper ni en format digital és $P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0,55 = 0,45$.
 - Si es dona la resposta amb els càlculs: 2 punts.
 - Si es dona la resposta però sense cap càlcul: 1 punt.



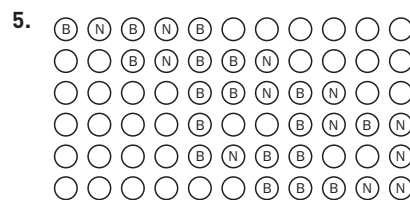
- Si hi ha el diagrama complet: 3 punts.
- Si hi ha un o dos errors: 2 punts.
- Si hi ha tres o quatre errors: 1 punt.

Activitat competencial 3.
La botiga de roba

- b)
- 2 punts per c). 1 punt per d).
- Triar tres vestits d'entre dotze és una combinació de 12 elements agrupats de 3 en 3:

$$\binom{12}{3} = 220$$
 combinacions diferents. Si es vol que hi hagi un vestit de cada tall, és: $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ formes diferents (es compten les formes de triar-los, no pas les formes de posar-los a l'aparador).
 - Si es donen les dues solucions: 2 punts.
 - Si només n'hi ha una de bé: 1 punt.
- Es tracta de permutacions amb repetició, ja que importa l'ordre, hi intervenen tots els elements i hi ha repetició d'elements (si bé també es pot veure com a combinacions):

$$\frac{12!}{5! \cdot 4! \cdot 3!} = 27720$$
 formes de col·locar-se.
 - Si es dona la resposta raonada: 2 punts.
 - Si o bé la resposta o bé el raonament és correcte: 1 punt.



- Si es mostren totes les probabilitats: 3 punts.
- Si es cometen com a màxim dos errors: 2 punts.
- Si es cometen com a màxim tres errors: 1 punt.

Activitat competencial 4. Els quilos de raïm

- a)
- 2 punts per c). 1 punt per a)
- La probabilitat que totes ho siguin és $\frac{200}{445} \cdot \frac{180}{380} \cdot \frac{160}{375} = 0,09$. La probabilitat que totes ho siguin és $P(\text{alguna}) = 1 - P(\text{cap}) = 1 - \frac{(445-200)(380-180)(375-160)}{445 \cdot 380 \cdot 375} = 1 - 0,17 = 0,83$.
 - Si es donen les dues solucions: 2 punts.
 - Si hi ha una solució: 1 punt.
- Si x és la probabilitat d'agafar una caixa de l'empresa C, tenim que és $2x$ la probabilitat d'agafar una caixa de l'empresa B i $4x$ la probabilitat d'agafar una caixa de l'empresa A. Com que $x + 2x + 4x = 1 \rightarrow x = 1/7$. El diagrama d'arbre és:
 - Si es dóna el diagrama amb totes les probabilitats: 2 punts.
 - Si hi ha un error: 1 punt.
- a) Triada una caixa a l'atzar, quina probabilitat hi ha que sigui de l'empresa A?
 b) Triada una caixa de Sugraone, quina probabilitat hi ha que sigui de l'empresa B?
 c) Triada una caixa de l'empresa C, quina probabilitat hi ha que sigui de raïm Thompson o Red Globe?
 - Si es donen les tres respostes: 3 punts,
 - Si es donen dues respostes: 2 punts.
 - Si es dóna una resposta: 1 punt.

Activitat competencial 5. El rescat de l'Edmon

- d)
- a)
- Es fa servir el teorema de la probabilitat total. En aquest cas, tenim que $P(\text{trobar-se amb els llops}) = P(\text{anar per A}) \cdot P(\text{trobar-se amb els llops si van per A}) + P(\text{anar per B}) \cdot P(\text{trobar-se amb els llops si van per B}) + P(\text{anar per C}) \cdot P(\text{trobar-se amb els llops si van per C}) = 1/3 \cdot 0,3 + 1/3 \cdot 0,4 + 1/3 \cdot 0,5 = 0,4$.
 - Si hi ha el teorema i els càlculs: 2 punts.
 - Si hi ha o bé el teorema o bé la solució: 1 punt.

- Fent servir el teorema de Bayes, tenim que $P(\text{anar per A si no s'han trobat els llops}) = P(\text{usar A i no trobar-se amb els llops}) / P(\text{no trobar-se amb els llops}) =$

$$\frac{\frac{1}{3} \cdot 0,7}{\left(\frac{1}{3} \cdot 0,7 + \frac{1}{3} \cdot 0,6 + \frac{1}{3} \cdot 0,5\right)} = 0,39 \text{ (arrodonint a les centèsimes).}$$

- Si es dóna la solució amb les operacions: 2 punts.
 - Si es dóna la solució sense les operacions: 1 punt.
- Et pot servir d'ajuda una taula:

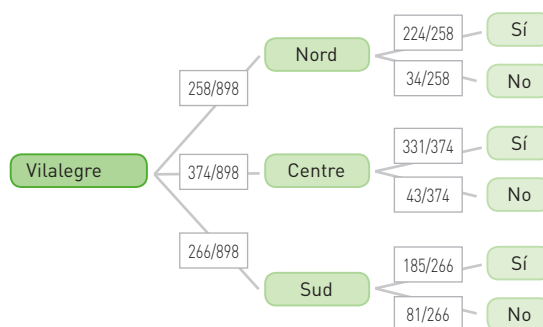
	Cofre 1	Cofre 2	Cofre 3	Cofre 4
Tresor a 1	F	F	V	V
Tresor a 2	V	V	F	V
Tresor a 3	V	V	V	F
Tresor a 4	V	V	V	V

El tresor ha d'estar en el cofre 1, d'aquesta manera n'hi ha dos que diuen la veritat (els cofres 3 i 4) i dos que diuen una falsedat (els cofres 1 i 2).

- Si es dóna la resposta raonada: 3 punts.
- Si es dóna la resposta però amb un raonament incomplet: 2 punts.
- Si es dóna un raonament parcial: 1 punt.

Activitat competencial 6. Enquesta de satisfacció

- a)
- 22 punts per c), 1 punt per b) o d)
- Es poden calcular els percentatges de veïns satisfets en cada un dels tres aspectes en els tres barris. Al Barri Centre la satisfacció de cada un dels aspectes supera el 80%, concretament és del 88,50%, 83,16% i 80,75%.
 - Si es dóna la solució justificada: 2 punts.
 - Si es dóna la solució però sense justificar: 1 punt.
- Triat un veí de Vilalegre, pot ser del Barri Nord, Centre o Sud. Agafant com a referència les dades obtingudes, tenim:



- Si hi apareix el diagrama complet: 2 punts.
 - Si es cometen dos errors com a màxim: 1 punt.
- Un aspecte a millorar seria donar a conèixer la població de cada un dels barris. Res no indica que el nombre

d'enquestats sigui proporcional al seu nombre d'habitants. Es podria donar la circumstància que la població d'un barri sigui molt superior a la de qualsevol altre. A banda d'això, i independentment de la població que hi hagi a cada barri, és útil conèixer el percentatge de veïns insatsfets i satisfets amb algun dels aspectes; aquest seria un aspecte bo de l'enquesta.

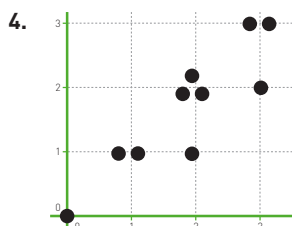
- Si hi apareix la resposta de l'enquesta raonada amb almenys un aspecte bo i un altre que ha de millorar: 3 punts.
- Si hi apareix la resposta però hi falta un dels dos aspectes: 2 punts.
- Si hi ha alguna cosa bé: 1 punt.

Activitat competencial 7. El professor Gironella

- c)
- 2 punts per d) i b). 1 punt per d) o b).

x_i	0	1	2	2	3	3
y_i	0	1	1	2	2	3
f_i	1	2	1	3	1	2

- Si es completa la taula: 2 punts.
- Si hi ha un error com a màxim: 1 punt.



- Si hi apareix el gràfic correcte: 2 punts.
- Si hi ha un error: 1 punt.

5.

	X	Y
Mitjana	1,90	1,70
Variància	0,89	0,81
Desviació típica o estàndard	0,94	0,90
Covariància	0,77	
Coefficient de correlació de Pearson	0,91	

- Si es donen totes les respostes correctes: 3 punts.
- Si es cometen dos errors com a màxim: 2 punts.
- Si es cometen tres errors com a màxim: 1 punt.

Activitat competencial 8. El ritme cardíac dels llangardaixos

- b)
- h) i c)
 - Si es donen les dues respostes: 2 punts.
 - Si només es dona una resposta bé: 1 punt.

3. La covariància es calcula com a $\frac{\sum_{i=1}^n (x_i \cdot y_i)}{n} - \bar{x} \cdot \bar{y}$.

Si resulta positiva, indica que en augmentar una variable l'altra també augmenta i si és negativa indica que si una variable disminueix l'altra també ho fa.

- Si es dona la fórmula i la relació: 2 punts.
- Si una de les dues coses és correcta: 1 punt.

4. Fent servir, per exemple, el coeficient de Pearson r , que és el coeficient entre la covariància i el producte de les desviacions típiques. En aquest cas $r = \frac{31,1}{(5,74 \cdot 5,52)} = 0,98$. Un valor molt proper a 1 indica una correlació lineal positiva molt forta tot i que no hi ha dependència lineal.

- Si es dona un coeficient i es calcula: 2 punts.
- Si es dona almenys un coeficient: 1 punt.

5. Essent σ_x la desviació típica de X i σ_{xy} la covariància de X i Y , es té que l'equació de la recta de regressió de Y sobre X és: $y - \bar{y} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2} (x - \bar{x})$.

En aquest cas: $l - \bar{l} = \frac{\sigma_{lr}}{\sigma_T^2} (T - \bar{T})$. Substituint els valors:

$$l - 30,53 = \frac{31,1}{33} (T - 31)$$

$$l = 0,942 \cdot T + 30,53 = 34,3 \text{ batecs/minut.}$$

- Si es dona la resposta justificada: 3 punts.
- Si es justifica correctament però es comet un error de càlcul: 2 punts.
- Si hi ha alguna cosa bé: 1 punt.

Activitat competencial 9. L'oncle despistat

- c)
- 2 punts per a) i b). 1 punt per a) o b).
- De 30 dies se'n trien 3 en què es deixa el bastó, això és un nombre combinatori. La probabilitat que en aquests tres dies es descuidi el bastó és $(1/8)^3$ i en els altres 27 no s'ha d'oblidar el bastó; es multiplica per $(7/8)^{27}$.

$$P(\text{oblidar-se'l 3 dies}) = \binom{30}{3} \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^3 \cdot \left(\frac{7}{8}\right)^{27} = 0,216$$

- Si es dona la resposta amb els càlculs: 2 punts.
- Si hi ha un error: 1 punt.

- Aquesta probabilitat correspon al fet que una setmana es descuidi el barret cinc dies.
 - Si es dona la resposta correcta: 2 punts.
 - Si s'hi aprecia alguna idea correcta: 1 punt.

5. Hi ha una manera més senzilla. Consisteix a aplicar que el contrari d'«almenys una vegada» és «cap vegada», per tant: $P(\text{que almenys una vegada es descuidi el bastó}) = 1 - P(\text{que cada dia es descuidi el bastó}) = 1 - \left(\frac{1}{8}\right)^{30}$.

Aquesta probabilitat és propera a 1, però no és 1.

- Si hi apareix la resposta correcta: 3 punts.
- Si hi ha un error: 2 punts.
- Si hi ha alguna cosa bé: 1 punt.

Activitat competencial 10. La tanda de penals

- b)
- d)
- Per tal que el primer gol sigui el quart llançament ha de ser: 1r llançament (Ràcing): fallat, 2n llançament (Spòrting): fallat, 3r llançament (Ràcing): fallat, 4t llançament (Spòrting): gol. La probabilitat que això passi és $0,1 \cdot 0,2 \cdot 0,1 \cdot 0,8 = 0,0016$.
 - Si es dóna el resultat amb els càlculs: 2 punts.
 - Si hi ha el resultat sense els càlculs: 1 punt.
- No és correcte; això es donaria si de 10 penals llançats, 8 fossin gols; però no obliga que siguin 4 d'un equip i 4 d'un altre. La forma correcta és: el Ràcing va fallar 1 dels 5 penals i l'Spòrting va fallar 1 dels 5 penals. Per tant, són $5 \cdot 5 = 25$ formes diferents. Va poder ser 1r el Ràcing i 1r l'Spòrting, 1r el Ràcing i 2n l'Spòrting, etc.
 - Si es dóna la resposta argumentada: 2 punts.
 - Si es dóna la solució però sense argumentar: 1 punt.
- La forma d'obtenir 0,00134369 és amb 4 gols i 1 fallat del Ràcing i 3 gols i 2 fallats de l'Spòrting. $0,9^4 \cdot 0,1 \cdot 0,8^3 \cdot 0,2^2 = 0,00134369$. L'ordre no és important en aquesta ocasió, si bé en un torneig oficial es deixen de llançar penals quan un dels dos equips és matemàticament vencedor. Així, per exemple, valdria:

Ràcing	Spòrting	Ràcing	Spòrting	Ràcing	Spòrting	Ràcing	Ràcing	Spòrting	Ràcing
G	G	G	G	G	G	N	N	G	N

- Si es dóna una resposta correcta: 3 punts.
- Si hi ha un error: 2 punts.
- Si es cometen dos errors: 1 punt.

Activitat competencial 11. Trucades de telèfon

- d)
- 2 punts per a), 1 punt per b)
- Es tracta d'una distribució de Bernoulli en què el nombre d'experiències és $n = 100$ i la probabilitat d'èxit és $p = 0,1$. La mitjana és $n \cdot p = 10$ persones i la desviació típica és $\sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{100 \cdot 0,1 \cdot 0,9} = \sqrt{9} = 3$ persones.
 - Si es dóna la resposta justificada: 2 punts.
 - Si es reconeix que és una distribució de Bernoulli: 1 punt.
- La variable aleatòria X , (que un no client contracti una nova oferta) segueix una distribució de Bernoulli amb $n = 100$ i $p = 0,05$. Per tant,

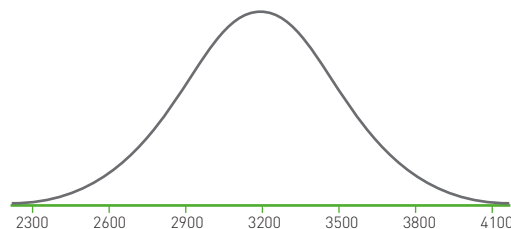
$$P(X=4) = \binom{100}{4} \cdot 0,05^4 \cdot 0,95^{96} = 0,1781.$$
 - Si es dóna la resposta: 2 punts.
 - Si hi ha un error: 1 punt.

- Essent X la variable aleatòria «que un client contracti una nova oferta», apliquem una distribució de Bernoulli de mitjana 10 i desviació típica 3. Es pot aproximar per una de normal de mitjana 10 i de desviació típica 3, $N(10, 3)$, de manera que, essent Z la normal és $N(0, 1)$: $P(X \geq 12) = P(N(10,3) \geq 11,5) =$ (fent servir la correcció de Yates) $= P\left(Z \geq \frac{11,5-10}{3}\right) = P(Z \geq 0,5) = 1 - 0,6915 = 0,3085$.
 - Si hi apareix la resposta correcta: 3 punts.
 - Si hi ha un error: 2 punts.
 - Si hi ha alguna cosa bé: 1 punt.

Activitat competencial 12. Gauss, la campana i el pes

- a)
- b) Les dues probabilitats coincideixen.
- $P(N(3200, 250) < x) = 0,9$, per tant $P(Z < \frac{x-3200}{250}) = 0,9$. Buscant a la taula de la normal fins a quin valor la probabilitat és 0,9, en resulta: $\frac{x-3200}{250} = 1,28$; $x = 3250$ g.
 - Si es dóna el resultat amb les operacions: 2 punts.
 - Si hi ha un error: 1 punt.
- A l'Hospital Metropolità la mitjana és de 3000 g i la desviació típica és de 200 g. A l'Hospital Nacional la mitjana és de 3100 g i la desviació típica és de 100 g. Una nena que en néixer pesi més de 3300 g suposa, en el primer cas, que supera la mitjana en una vegada i mitja la desviació típica. En el segon cas, suposa que supera la mitjana en dues vegades la desviació típica. Per tant, és més probable trobar-la a l'Hospital Metropolità.
 - Si es dóna el raonament correcte: 2 punts.
 - Si hi ha alguna cosa bé: 1 punt.

5.



- La mitjana ha d'estar al centre i s'ha de conservar la simetria. Aproximadament dues terceres parts de les dades s'han de trobar entre la mitjana menys la desviació típica i la mitjana més la desviació típica. El 95% de les dades s'han de trobar entre la mitjana menys dos cops la desviació típica i la mitjana més dos cops la desviació típica.
- Si es dóna la gràfica comentada: 3 punts.
 - Si es comet un error: 2 punts.
 - Si hi ha alguna cosa bé: 1 punt.