

### Actividad competencial 1. El videojuego futbolístico

- d)
- 2 puntos por a) y f). 1 punto por a) o f).
- La forma de elegir 4 equipos de 16 posibles es mediante combinaciones, pues no importa el orden:  

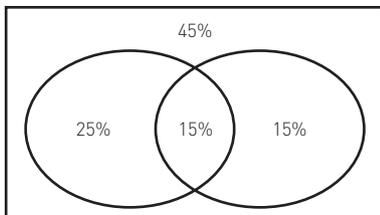
$$\binom{16}{4} = \frac{16!}{4! \cdot 12!} = \frac{16 \cdot 15 \cdot 14 \cdot 13}{4 \cdot 3 \cdot 2} = 1820.$$
 El número de casos en los que hay 2 europeos y 2 sudamericanos es:  

$$\binom{8}{2} \cdot \binom{8}{2} = \frac{8!}{2! \cdot 6!} \cdot \frac{8!}{2! \cdot 6!} = \frac{8 \cdot 7}{2} \cdot \frac{8 \cdot 7}{2} = 28 \cdot 28 = 784.$$
 La probabilidad de que sean 2 europeos y 2 sudamericanos, utilizando la regla de Laplace es  

$$\frac{784}{1820} = 0,43.$$
  - Si se dan las dos respuestas: 2 puntos.
  - Si hay una bien: 1 punto.
- La probabilidad de ganar todos los partidos es de  $0,7^3 = 0,343$ . La probabilidad de que pierda al menos un partido =  $1 - \text{ganar todos los partidos} = 1 - 0,343 = 0,657$ .
  - Si se dan las dos respuestas: 2 puntos.
  - Si hay una bien: 1 punto.
- Primera ronda: Real Madrid CF vs. Nacional, Boca Juniors vs. Manchester United, Liverpool FC vs. Peñarol y FC Barcelona vs. Independiente. Semifinales: Real Madrid CF vs. Liverpool FC y Boca Juniors vs. Independiente. Final: Liverpool FC vs. Boca Juniors. Ganó: Liverpool FC.
  - Si se dan los siete encuentros: 3 puntos.
  - Si se cometen como máximo dos errores: 2 puntos.
  - Si se cometen como máximo cuatro errores: 1 punto.

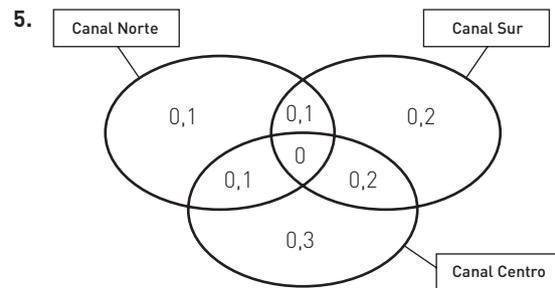
### Actividad competencial 2. ¿Cómo nos informamos?

- c)
- 2 puntos por b) y d). 1 punto por b) o d).
- La probabilidad de que un encuestado lea la prensa, sea en papel o en digital, es decir, la unión, es:  
 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,4 + 0,3 - 0,15 = 0,55.$



- Si se da el esquema y la respuesta argumentada: 2 puntos.
- Si hay algo bien: 1 punto.

- La probabilidad de que no lea ni la prensa en papel ni en digital es  $P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0,55 = 0,45$ .
  - Si se da la respuesta con los cálculos: 2 puntos.
  - Si se da la respuesta sin cálculo alguno: 1 punto.



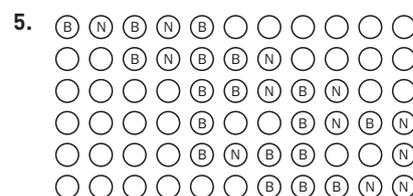
- Si aparece el diagrama completo: 3 puntos.
- Si hay uno o dos errores: 2 puntos.
- Si hay tres o cuatro errores: 1 punto.

### Actividad competencial 3. La tienda de moda

- b)
- 2 puntos por c), 1 punto por d).
- Elegir tres vestidos de doce es una combinación de 12 elementos tomados de 3 en 3:  

$$\binom{12}{3} = 220$$
 combinaciones distintas. Si se quiere que haya un vestido de cada corte, es:  $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$  formas distintas (se cuentan las formas de elegirlos, no las formas de ponerlos en el escaparate).
  - Si se dan las dos soluciones: 2 puntos.
  - Si hay una bien: 1 punto.
- Se trata de permutaciones con repetición, pues importa el orden, intervienen todos los elementos y hay repetición de elementos [si bien también puede verse como combinaciones]:  

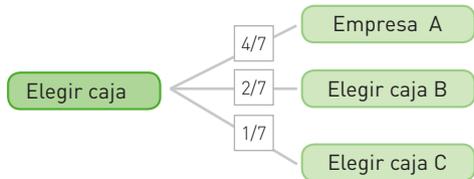
$$\frac{12!}{5! \cdot 4! \cdot 3!} = 27720$$
 formas de colocarse.
  - Si se da la respuesta razonada: 2 puntos.
  - Si la respuesta o el razonamiento son correctos: 1 punto.



- Si se muestran todas las probabilidades: 3 puntos.
- Si se cometen dos errores como máximo: 2 puntos.
- Si se cometen tres errores como máximo: 1 punto.

### Actividad competencial 4. Los kilos de uvas

- a)
- 2 puntos por c), 1 punto por a).
- La probabilidad de que todas lo sean es  $\frac{200}{445} \cdot \frac{180}{380} \cdot \frac{160}{375} = 0,09$ . La probabilidad de que alguna lo sea es  $P(\text{alguna}) = 1 - P(\text{ninguna}) = 1 - \frac{(445-200)(380-180)(375-160)}{445 \cdot 380 \cdot 375} = 1 - 0,17 = 0,83$ .
  - Si se dan las dos soluciones: 2 puntos.
  - Si hay una solución: 1 punto.
- Si  $x$  es la probabilidad de coger una caja de la empresa C, tenemos que es  $2x$  la probabilidad de coger una caja de la empresa B y  $4x$  la probabilidad de coger una caja de la empresa A. Como  $x + 2x + 4x = 1 \rightarrow x = 1/7$ . El diagrama de árbol es:



- Si se da el diagrama con todas las probabilidades: 2 puntos.
  - Si hay un error: 1 punto.
- a) Elegida una caja al azar, ¿qué probabilidad hay de que sea de la empresa A?  
b) Elegida una caja de Sugraone, ¿qué probabilidad hay de que sea de la empresa B?  
c) Elegida una caja de la empresa C ¿qué probabilidad hay de que sea de uva Thompson o Red Globe?
    - Si se dan las tres respuestas: 3 puntos.
    - Si se dan dos respuestas: 2 puntos.
    - Si se da una respuesta: 1 punto.

### Actividad competencial 5. El rescate de Edmundo

- d)
- a)
- Se utiliza el teorema de la probabilidad total. En este caso tenemos que  $P(\text{encontrarse con los lobos}) = P(\text{ir por A}) \cdot P(\text{encontrarse con los lobos si van por A}) + P(\text{ir por B}) \cdot P(\text{encontrarse con los lobos si van por B}) + P(\text{ir por C}) \cdot P(\text{encontrarse con los lobos si van por C}) = \frac{1}{3} \cdot 0,3 + \frac{1}{3} \cdot 0,4 + \frac{1}{3} \cdot 0,5 = 0,4$ .
  - Si aparece el teorema y los cálculos: 2 puntos.
  - Si aparece el teorema o la solución: 1 punto.

- Utilizando el teorema de Bayes, tenemos que  $P(\text{utilizar A si no se encontraron con lobos}) = P(\text{utilizar A y no encontrarse con lobos}) / P(\text{no encontrarse con lobos}) =$

$$\frac{\frac{1}{3} \cdot 0,7}{\frac{1}{3} \cdot 0,7 + \frac{1}{3} \cdot 0,6 + \frac{1}{3} \cdot 0,5} = 0,39 \text{ (redondeando a las centésimas).}$$

- Si se da la solución con las operaciones: 2 puntos.
  - Si se da la solución sin operaciones: 1 punto.
- Puedes ayudarte de una tabla:

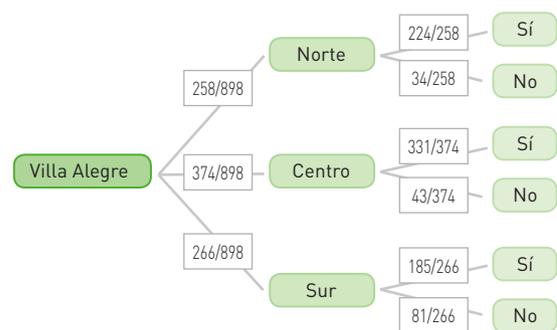
	Cofre 1	Cofre 2	Cofre 3	Cofre 4
Tesoro en 1	F	F	V	V
Tesoro en 2	V	V	F	V
Tesoro en 3	V	V	V	F
Tesoro en 4	V	V	V	V

El tesoro debe estar en el cofre 1, de este modo hay dos que dicen la verdad (los cofres 3 y 4) y dos que dicen una falsedad (los cofres 1 y 2).

- Si se da la respuesta razonada: 3 puntos.
- Si se da la respuesta con un razonamiento incompleto: 2 puntos.
- Si se da un razonamiento parcial: 1 punto.

### Actividad competencial 6. Encuesta de satisfacción

- a)
- 2 puntos por c), 1 punto por b) o d).
- Se pueden calcular los porcentajes de vecinos satisfechos en cada uno de los tres aspectos en los tres barrios. En el Barrio Centro la satisfacción en cada uno de los aspectos supera el 80%, concretamente es del 88,50%, 83,16% y 80,75%.
  - Si se da la solución justificada: 2 puntos.
  - Si se da la solución sin justificar: 1 punto.
- Elegido un vecino de Villa Alegre, puede ser del Barrio Norte, Centro o Sur. Tomando como referencia los datos obtenidos tenemos:



- Si aparece el diagrama completo: 2 puntos.
  - Si se cometen dos errores como máximo: 1 punto.
- Un aspecto a mejorar sería dar a conocer la población de cada uno de los barrios. Nada indica que el número de

encuestados sea proporcional a su número de habitantes. Se podría dar la circunstancia de que la población de un barrio sea muy superior a la de cualquier otro. Por otro lado, e independientemente de la población que haya en cada barrio, es útil conocer el porcentaje de vecinos insatisfechos y satisfechos con alguno de los aspectos; este sería un aspecto bueno de la encuesta.

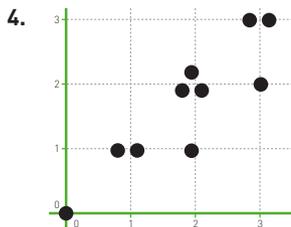
- Si aparece la respuesta de la encuesta razonada con al menos un aspecto bueno y otro que mejorar: 3 puntos.
- Si aparece la respuesta pero falta uno de los dos aspectos: 2 puntos.
- Si hay algo bien: 1 punto.

### Actividad competencial 7. El profesor Jirafales

- c)
- 2 puntos por d) y b). 1 punto por d) o b).

$x_i$	0	1	2	2	3	3
$y_i$	0	1	1	2	2	3
$f_i$	1	2	1	3	1	2

- Si se completa la tabla: 2 puntos.
- Si hay un error como máximo: 1 punto.



- Si aparece el gráfico correcto: 2 puntos.
- Si hay un error: 1 punto.

5.

	X	Y
Media	1,90	1,70
Varianza	0,89	0,81
Desviación típica o estándar	0,94	0,90
Covarianza	0,77	
Coefficiente de correlación de Pearson	0,91	

- Si se dan todas las respuestas correctas: 3 puntos.
- Si se cometen dos errores como máximo: 2 puntos.
- Si se cometen tres errores como máximo: 1 punto.

### Actividad competencial 8. El ritmo cardiaco de los lagartos

- b)
- h) y c)
  - Si se dan las dos respuestas: 2 puntos.
  - Si se da una respuesta bien: 1 punto.

3. La covarianza se calcula como  $\frac{\sum_{i=1}^n (x_i \cdot y_i)}{n} - \bar{x} \cdot \bar{y}$ .

Si resulta positiva indica que al aumentar una variable la otra también aumenta y si es negativa indica que si una variable disminuye la otra también lo hace.

- Si se da la fórmula y la relación: 2 puntos.
- Si una de las dos cosas es correcta: 1 punto.

4. Utilizando por ejemplo el coeficiente de Pearson  $r$ , que es el cociente entre la covarianza y el producto de las desviaciones típicas. En este caso  $r = \frac{31,1}{(5,74 \cdot 5,52)} = 0,98$ . Un valor muy próximo a 1 indica una correlación lineal positiva muy fuerte aunque no hay dependencia lineal.

- Si se da un coeficiente y se calcula: 2 puntos.
- Si se da al menos un coeficiente: 1 punto.

5. Siendo  $\sigma_x$  la desviación típica de  $X$  y  $\sigma_{xy}$  la covarianza de  $X$  e  $Y$ , se tiene que la ecuación de la recta de regresión de  $Y$  sobre  $X$  es:  $y - \bar{y} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2} (x - \bar{x})$ .

En este caso:  $l - \bar{l} = \frac{\sigma_{lx}}{\sigma_l^2} (T - \bar{T})$ . Sustituyendo los valores:

$$l - 30,53 = \frac{31,1}{33} (T - 31)$$

$$l = 0,942 \cdot 4 + 30,53 = 34,3 \text{ latidos/min.}$$

- Si se da la respuesta justificada: 3 puntos.
- Si se justifica correctamente pero se comete un error de cálculo: 2 puntos.
- Si hay algo bien: 1 punto.

### Actividad competencial 9. Mi tío el despistado

- c)
- 2 puntos por a) y b). 1 punto por a) o b).
- De 30 días se eligen 3 en los que se olvida el bastón, esto es un número combinatorio. La probabilidad de que en esos tres días se olvide el bastón es  $(1/8)^3$  y en los otros 27 no se debe olvidar el bastón, por tanto se multiplica por  $(7/8)^{27}$ .

$$P(\text{olvidar 3 días}) = \binom{30}{3} \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^3 \cdot \left(\frac{7}{8}\right)^{27} = 0,216$$

- Si se da la respuesta con los cálculos: 2 puntos.
- Si hay un error: 1 punto.

4. Esa probabilidad corresponde a que en una semana olvide el sombrero cinco días.
- Si se da la respuesta correcta: 2 puntos.
  - Si se aprecia alguna idea correcta: 1 punto.

5. Hay una forma más sencilla. Consiste en aplicar que el contrario de «al menos una vez» es «ninguna vez», por tanto:  $P(\text{al menos una vez olvide su bastón}) = 1 - P(\text{todos los días olvide su bastón}) = 1 - \left(\frac{1}{8}\right)^{30}$ . Esta probabilidad es próxima a 1, pero no es 1.

- Si aparece la respuesta correcta: 3 puntos.
- Si hay un error: 2 puntos.
- Si hay algo bien: 1 punto.

### Actividad competencial 10. La tanda de penaltis

- b)
- d)
- Para que el primer gol sea el cuarto lanzamiento debe ser:  
1.º lanzamiento (Racing): fallado, 2.º lanzamiento (Sporting): fallado, 3.º lanzamiento (Racing): fallado, 4.º lanzamiento (Sporting): gol. La probabilidad de que esto ocurra es  $0,1 \cdot 0,2 \cdot 0,1 \cdot 0,8 = 0,0016$ .
  - Si se da el resultado con los cálculos: 2 puntos.
  - Si aparece el resultado sin los cálculos: 1 punto.
- No es correcto; eso se daría si de 10 penaltis lanzados, 8 fueran goles; pero no obliga a que sean 4 de un equipo y 4 de otro. La forma correcta es: el Racing ha fallado 1 de los 5 penales y el Sporting ha fallado 1 de los 5 penaltis. Por lo tanto son  $5 \cdot 5 = 25$  modos distintos. Pudo ser 1.º el Racing y 1.º el Sporting, 1.º el Racing y 2.º el Sporting, etc.
  - Si se da la respuesta argumentada: 2 puntos.
  - Si se da la solución sin argumentar: 1 punto.
- La forma de obtener 0,00134369 es con 4 goles y 1 fallado del Racing y 3 goles y 2 fallados del Sporting.  $0,9^4 \cdot 0,1 \cdot 0,8^3 \cdot 0,2^2 = 0,00134369$ . El orden no es importante en esta ocasión, si bien en un torneo oficial se dejan de lanzar penaltis cuando uno de los dos equipos es matemáticamente vencedor. Así, por ejemplo, valdría:

Racing	Sporting	Racing	Sporting	Racing	Sporting	Racing	Racing	Sporting	Racing
G	G	G	G	G	G	N	N	G	N

- Si se da una respuesta correcta: 3 puntos.
- Si hay un error: 2 puntos.
- Si se cometen dos errores: 1 punto.

### Actividad competencial 11. Llamando por teléfono

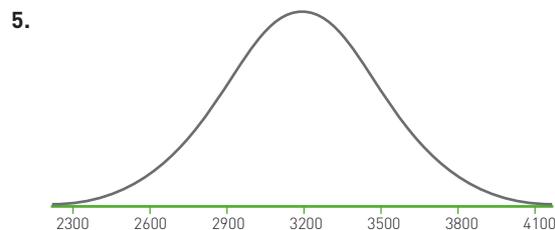
- d)
- 2 puntos por a), 1 punto por b).
- Se trata de una distribución de Bernoulli donde el número de experiencias es  $n = 100$  y la probabilidad de éxito es  $p = 0,1$ . La media es  $n \cdot p = 10$  personas y la desviación típica es  $\sqrt{n \cdot p(1-p)} = \sqrt{100 \cdot 0,1 \cdot 0,9} = \sqrt{9} = 3$  personas.
  - Si se da la respuesta justificada: 2 puntos.
  - Si se reconoce que es una distribución de Bernoulli: 1 punto.
- La variable aleatoria  $X$ , (que un no cliente contrate una nueva oferta), sigue una distribución de Bernoulli con  $n = 100$  y  $p = 0,05$ . Por tanto
 
$$P(X=4) = \binom{100}{4} \cdot 0,05^4 \cdot 0,95^{96} = 0,1781.$$
  - Si se da la respuesta: 2 puntos.
  - Si hay un error: 1 punto.

- Siendo  $X$  la variable aleatoria «un cliente contrate una nueva oferta», aplicamos una distribución de Bernoulli de media 10 y desviación típica 3. Se puede aproximar por una normal de media 10 y desviación típica 3,  $N(10, 3)$ , de modo que, siendo  $Z$  la normal es  $N(0, 1)$ :  $P(X \geq 12) = P(N(10,3) \geq 11,5) =$  (utilizando la corrección de Yates)  $=$ 

$$= P\left(Z \geq \frac{11,5-10}{3}\right) = P(Z \geq 0,5) = 1 - 0,6915 = 0,3085.$$
  - Si aparece la respuesta correcta: 3 puntos.
  - Si hay un error: 2 puntos.
  - Si hay algo bien: 1 punto.

### Actividad competencial 12. Gauss, su campana y el peso

- a)
- b) Las dos probabilidades coinciden.
- $P(N(3200, 250) < x) = 0,9$ , por tanto  $P\left(Z < \frac{x-3200}{250}\right) = 0,9$ . Buscando en la tabla de la normal hasta qué valor la probabilidad es 0,9 resulta:  $\frac{x-3200}{250} = 1,28$ ;  $x = 3250$  g.
  - Si se da el resultado con las operaciones: 2 puntos.
  - Si hay un error: 1 punto.
- En el Hospital Metropolitano la media es de 3000 g y la desviación típica de 200 g. En el Hospital Nacional la media es de 3100 g y la desviación típica de 100 g. Una niña que al nacer pese más de 3300 g supone, en el primer caso, que supera la media en una vez y media la desviación típica. En el segundo caso, supone que supera la media en dos veces la desviación típica. Por lo tanto es más probable encontrarla en el Hospital Metropolitano.
  - Si se da el razonamiento correcto: 2 puntos.
  - Si hay algo bien: 1 punto.



- La media debe estar en el centro y se debe conservar la simetría. Aproximadamente dos terceras partes de los datos deben encontrarse entre la media menos la desviación típica y la media más la desviación típica. El 95% de los datos deben hallarse entre la media menos dos veces la desviación típica y la media más dos veces la desviación típica.
- Si se da la gráfica comentada: 3 puntos.
  - Si se comete un error: 2 punto.
  - Si hay algo bien: 1 punto.