## Actividad competencial 1. Adivinar las edades

**1.** c)

**2.** d)

**3.** En *ab*, la *a* corresponde a las decenas y la *b* corresponde a las unidades. Por tanto se trata del número $10 \times a + b$.
- Si se da la respuesta justificada. 2 puntos.
- Si se da la respuesta sin justificar: 1 punto.

**4.** La operación sirve para cualquier mes y edad, así, por ejemplo, supongamos un chico que nace en septiembre y tiene 16 años. El mes es 9, que multiplicado por 2 es 18. Al sumarle 5 da 23. Al multiplicarlo por 50 resulta 1150. Si se le suma 16 resulta 1166 y finalmente, al restar 250 da 916: la edad son 16 años, y el mes es el 9.º.
- Si lo calcula correctamente: 2 puntos.
- Si hay un error: 1 punto.

**5.** Estas son las posibles ternas cuyo producto es 36:

| Hija menor | Hija mediana | Hija mayor | Producto | Suma |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 36 | 36 | 38 |
| 1 | 2 | 18 | 36 | 21 |
| 1 | 3 | 12 | 36 | 16 |
| 1 | 4 | 9 | 36 | 14 |
| 1 | 6 | 6 | 36 | 13 |
| 2 | 2 | 9 | 36 | 13 |
| 2 | 3 | 6 | 36 | 11 |
| 3 | 3 | 4 | 36 | 10 |

Solo en dos casos puede haber duda, pues hay dos casos que suman 13. Ese es el motivo por el que el amigo no puede saber las edades de las hijas: (1, 6, 6) y (2, 2, 9). Al decir que la mayor toca el piano no puede ser (1, 6, 6) porque hay dos que son las mayores, por lo tanto es (2, 2, 9).
- Si se da el resultado de forma justificada: 3 puntos.
- Si aparecen la mayoría de las posibles edades pero no llega al resultado: 2 puntos.
- Si aparecen algunas de las posibles edades: 1 punto.

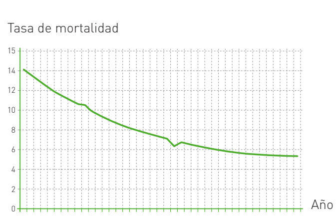
## Actividad competencial 2. El crecimiento de una población

**1.** d)

**2.** b)

**3.** Dado que $r = TN - TM$, si $r > 0$, entonces $TN > TM$, y por lo tanto, la población crece en la próxima generación. Si $r = 0$, entonces $TN = TM$, y por tanto la población de la siguiente generación permanece constante.
- Si se dan las dos respuestas justificadas: 2 puntos.
- Si aparecen sin justificar o solo una bien: 1 punto.

**4.**




- Si la gráfica es correcta: 2 puntos.
- Si hay un error: 1 punto.

**5.** a) La población tras $n$ generaciones es $P_n = P_0(1 + r)^n$. Por lo tanto, al cabo de 2 años pasan $n = 10$ generaciones, con lo que $P_{10} = 200(1 + 0.35)^{10} = 4021$ individuos.

b) Aplicamos los valores en la fórmula $100\,000 = 200(1.35)^n$, por lo tanto, $500 = (1.35)^n$, de donde $\ln 500 = n \times \ln 1.35$.
Despejando $n$: $n = \frac{\ln 500}{\ln 1.35} = 20.7$. Hacen falta como mínimo 21 generaciones. Como se reproducen 5 veces al año, son necesarios 4 años y unos 2 meses y medio.
- Si se dan las dos respuestas correctas: 3 puntos.
- Si hay un error: 2 puntos.
- Si hay dos errores: 1 punto.

## Actividad competencial 3. Oro ley

**1.** c)

**2.** b)

**3.** 300 g de oro de 1.ª ley están formados por 18/24 partes de oro puro; por lo tanto, 225 g de oro puro. En 400 g de oro de 2.ª ley hay 14/24 partes de oro puro, por tanto 233.33 g de oro puro. En total, esta mezcla contiene 225 + 233.33 = = 458.33 g de oro puro sobre los 700 g totales. Por lo tanto, su pureza es de $(458.33 \div 700) \times 100 = 65.48\%$.
- Si aparece el resultado con las operaciones. 2 puntos.
- Si aparece el resultado sin operaciones o hay un error: 1 punto.

**4.** El oro de 1.ª ley tiene un proporción de oro puro de 18/24. Si a la cantidad de oro de 2.ª ley (14/24) que tiene Jorge le sumamos $x$ gramos de oro puro tenemos una mezcla con las proporciones siguientes: $\frac{\text{g de oro puro}}{\text{g en total}} = \frac{350 \times (14/24) + x}{24 + x} = \frac{18}{24}$.
Por lo tanto, $24 \times [350 \times (14/24) + x] = 18 \times (350 + x)$, que es $350 \times 14 + 24x = 18 \times 350 + 18x \rightarrow 24x - 18x = 350 \times (18 - 14) \rightarrow$ $\rightarrow 6x = 350 \times 4 \rightarrow 6x = 1400 \rightarrow x = 233$ g de oro puro.
- Si aparece el resultado con las operaciones: 2 puntos.
- Si aparece el resultado sin operaciones o hay un error: 1 punto.

**5.** Cobre. Se pueden fabricar 15 pulseras de oro rosa, que son las que contienen mayor cantidad de cobre, por lo tanto como mínimo hay $15 \times 20 = 300$ g de cobre y como máximo hay, ya que no alcanza para fabricar 16 pulseras, $16 \times 20 = 320$ g.
Plata. Se pueden fabricar 14 pulseras de oro amarillo, que son las que tienen mayor cantidad de plata, por lo tanto como mínimo hay $14 \times 12.5 = 175$ g de plata y como máximo hay, ya que no alcanza para fabricar 15 pulseras: $15 \times 12.5 = 187.5$ g.
Paladio. Solo pueden fabricarse 5 pulseras de oro blanco, por lo tanto como mínimo hay $5 \times 16 = 80$ g de paladio y como máximo hay, ya que no llega para fabricar 6 pulseras, $6 \times 16 = 96$ g.
- Si se dan y se razonan los tres resultados: 3 puntos.
- Si hay dos resultados bien o solo se dan todas las cantidades mínimas: 2 puntos.
- Si hay un resultado bien: 1 punto.

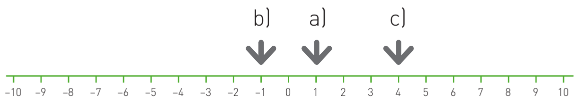
### Actividad competencial 4. Este número no es racional

**1.** c)

**2.** 2 puntos por a) y c). 1 punto por a) o b).

**3.** Los inconmensurables contradecían la visión aritmética de los pitagóricos. En cambio, en los estudios de geometría tenían diversas aplicaciones directas, como por ejemplo, calcular la longitud de la diagonal de un cuadrado de lado 1.
- Si se da una respuesta justificada: 2 puntos.
- Si se da alguna idea correcta: 1 punto.

**4.** Los tres son racionales.




- Si se representan correctamente y se indica que son racionales: 2 puntos.
- Si hay un error: 1 punto.

**5.** a) En el pentágono aparecen tres tipos de triángulos isósceles semejantes entre sí. Como $DE = DK = 1$, por ser $DEK$ isósceles, se tiene que $AK = AD - DK = d - 1$.
b) Como $ADB$ es semejante a $ABK$ se tiene que $\frac{AD}{AB} = \frac{AB}{AK}$.
Como $AD = d$, $AB = 1$ y $AK = d - 1$ se tiene $\frac{d}{1} = \frac{1}{d-1}$.
c) La diagonal $d$ se obtiene resolviendo la ecuación anterior: $d^2 - d = 1 \rightarrow d^2 - d - 1 = 0$, cuya solución positiva es el número áureo, $d = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.
- Si se dan las tres respuestas: 3 puntos.
- Si se dan dos respuestas: 2 puntos.
- Si hay una bien: 1 punto.

### Actividad competencial 5. Maquinaria agrícola

**1.** b)

**2.** 2 puntos por c) y g). 1 punto por c) o g).

**3.** Siendo $d$ el descuento del arado, $2d$ el descuento del remolque y $x$ el precio inicial, resulta que el precio inicial del remolque es $x - \frac{x \times 2d}{100} = 280$ y el precio inicial del arado es $x - \frac{x \times d}{100} = 340$.
Tenemos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas:
$\begin{cases} 100x - x \times 2d = 28000 \\ 100x - x \times d = 34000 \end{cases}$. Restamos a la segunda la primera,
$x \times d = 6000 \rightarrow d = \frac{6000}{x}$. Sustituyendo en la segunda se obtiene $100x - x \times \frac{6000}{x} = 34000 \rightarrow 100x - 6000 = 34\,000 \rightarrow$
$\rightarrow 100x = 40000 \rightarrow x = 400$. Por lo tanto, el remolque y el arado costaron 400 pisas. Como $d = \frac{6000}{x} = \frac{6000}{400} = 15\%$ de descuento en el arado. En el remolque el descuento es el doble: $15 \times 2 = 30\%$.

**4.** Siendo $x$ = precio de la carretilla, $y$ = precio de la manguera y $z$ = precio de la pala, obtenemos el sistema
$\begin{cases} x + y + z = 9 \\ x = 2y \\ y + z - 1 = x \end{cases}$, resulta $x = 4$ pisas, $y = 2$ pisas y $z = 3$ pisas.

**5.** Siendo $x$, $y$, $z$ el precio de las plantas, las semillas y el abono respectivamente, el precio de las plantas más las semillas es tres veces el precio del abono. La diferencia entre el precio de las plantas y el de las semillas es dos veces el precio del abono. Las plantas cuestan 8 pisas más que las semillas y el abono juntos. De este modo, $x = 20$ pisas, $y = 4$ pisas y $z = 8$ pisas.
- Por la elaboración y resolución del problema: 3 puntos.
- Si hay un error: 2 puntos.
- Si hay dos errores: 1 punto.

### Actividad competencial 6. Vendiendo sándwiches

**1.** d)

**2.** 2 puntos por b) y h). 1 punto por b) o h).

**3.** Primero es necesario pasar de gramos a kilogramos. Resulta la inecuación siguiente: $0.3x + 0.4y + 0.5z \leq 100$.
- Si se expresa correctamente la inecuación: 2 puntos.
- Si hay un error: 1 punto.

**4.** $\begin{cases} 10x + 15y \geq 2000 \\ 40x + 35y \leq 6000 \end{cases}$
- Si se da el sistema correcto: 2 puntos.
- Si hay una inecuación bien o si se mezclan kilogramos y gramos: 1 punto.

**5.** a) $\begin{cases} x \leq y \\ x + y \leq 200 \end{cases}$
b) Teniendo en cuenta que los sándwiches tienen que ser un número natural, las posibles soluciones, son: ($x = 0$, $y = 0$), ($x = 1$, $y = 0$), ... ($x = 200$, $y = 0$); para $y = 0$ hay 201 soluciones. ($x = 1$, $y = 1$), ($x = 2$, $y = 1$), ... ($x = 199$, $y = 1$); para $y = 1$ hay 199 soluciones... y así sucesivamente. Por lo tanto, el número de soluciones es: $201 + 199 + 197 + ... + 1 = (201 + 1) \times 101/2 =$ $= 10\,201$ soluciones.
c) En este tipo de problemas los máximos y los mínimos se obtienen en los extremos. En este caso, para ($x = 0$, $y = 0$) se obtienen 0 pisas, mínimo; para ($x = 100$, $y = 100$) se obtiene una ganancia de $100 \times 8 + 100 \times 10 = 1800$ pisas; y para ($x = 200$, $y = 0$) se obtiene una ganancia de $200 \times 8 =$ $= 1600$ pisas. Por lo tanto, se obtiene la máxima ganancia haciendo 100 sándwiches Mega y 100 sándwiches Bravo.
- Si aparecen las tres respuestas: 3 puntos.
- Si hay dos bien: 2 puntos.
- Por una bien: 1 punto.

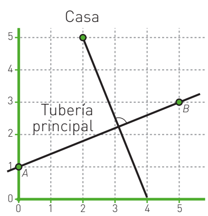
## Actividad competencial 7. Abastecimiento de agua potable

**1.** c)

**2.** 2 puntos por g) y b). 1 punto por g) o b)

**3.** Hasta *A*: recta *r*: $2x - y = -1$. Desde la casa hasta *B*: recta *r*: $2x + 3y = 19$.
- Si se dan las dos rectas: 2 puntos.
- Si se da una recta: 1 punto.

**4.**




- Si se traza correctamente: 2 puntos.
- Si aparece la idea de trazar una perpendicular: 1 punto.

**5.** a) Recta perpendicular *s*: $5x + 2y = 20$.
b) Punto de intersección *D*(3.1, 2.24).
c) Distancia $\frac{|2\times 2 - 5\times 5 + 5|}{\sqrt{2^2+5^2}} = 2.9$ unidades = 29 m.
- Si se dan las tres respuestas correctas: 3 puntos.
- Si hay dos respuestas correctas: 2 puntos.
- Si hay una respuesta correcta: 1 punto.

## Actividad competencial 8. La escalera de emergencia

**1.** c)

**2.** 2 puntos por c) y d). 1 punto por c) o d)

**3.** 340 ÷ 17 = 20 escalones. La longitud horizontal del tramo es de 28 × 20 = 560 cm aunque la última huella se confunde con el descanso. La inclinación es el arco cuya tangente vale 17/28. que aproximadamente es 31.3º.
- Si se dan las dos respuestas: 2 puntos.
- Si se da una respuesta bien: 1 punto.

**4.** Vale $a$ = 17 cm y $b$ = 28 cm y $a$ = 17.5 cm y $b$ = 28 cm, pues:

| ***a* (cm)** | ***b* (cm)** | **¿Cumplen la ley?** | **2*a* + *b*** | **inclinación (º)** | **cómoda** |
|---|---|---|---|---|---|
| 17 | 28 | sí | 62 | 31.3 | sí |
| 17.5 | 28 | sí | 63 | 32 | sí |

- Si aparecen los dos pares con la justificación: 2 puntos.
- Si solo se da un par: 1 punto.

**5.** a) *e*: $y = \frac{3.4}{5.6}x$

b) *p*: $y = \frac{3.4}{5.6}x + 1$

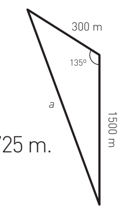
c) La distancia es $\frac{|3.4\times 2 - 5.6\times 3 + 5.6|}{\sqrt{5.6^2 + 3.4^2}} = 0.67$ m.
- Si aparecen las tres respuestas: 3 puntos.
- Si hay dos bien: 2 puntos.
- Si hay una bien: 1 punto.

## Actividad competencial 9. La posición de las cámaras

**1.** b)

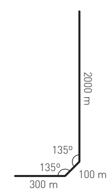
**2.** 2 puntos por d) y g). 1 punto por d) o g)

**3.** La trayectoria seguida es la del esquema siguiente. Usando el teorema del coseno tenemos: $a^2 = 1500^2 + 300^2 - 2 \times 1500 \times 300 \times \cos 135º$; $a = 1725$ m.



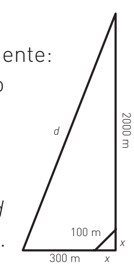

- Si se da la solución con los cálculos: 2 puntos.
- Si se da al menos el teorema del coseno: 1 punto.

**4.**




- Si se da el gráfico con los ángulos: 2 puntos.
- Si hay algo bien: 1 punto.

**5.** Tomamos como referencia la figura siguiente: En la parte inferior se forma un triángulo rectángulo isósceles. Usando el teorema de Pitágoras: $100^2 = x^2 + x^2 \rightarrow$
$\rightarrow x = \sqrt{5000} = 70.71$ m. El triángulo rectángulo grande tiene una hipotenusa *d* y los catetos miden 2070.71 m y 370.71 m. Aplicando nuevamente el teorema de Pitágoras, resulta que la distancia *d* vale 2103.6 m. Por lo tanto, sí funcionaría el dispositivo.



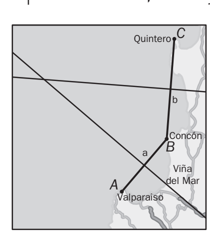

- Si se da la solución razonada: 3 puntos.
- Si hay solo un error: 2 puntos.
- Si hay algo bien: 1 punto.

## Actividad competencial 10. Navegando en alta mar

**1.** c)

**2.** 2 puntos por b), c), d). 1 punto si hay un error.

**3.** Los puntos de la mediatriz de *AB* equidistan de *A* y de *B* y los puntos de la mediatriz de *BC* equidistan de *B* y de *C*. Por lo tanto, el punto donde se cortan estas dos mediatrices equidista de *A*, de *B* y de *C*.




- Si se da el dibujo y la explicación: 2 puntos.
- Si se habla de mediatrices: 1 punto.

**4.** a) Si 3.68 cm corresponden a 13 250 m = 1 325 000 cm, resulta que 1 cm en el plano corresponde aproximadamente a 360 000 cm reales. Por lo tanto la escala es 1:360 000.
b) Será 5.33 × 360 000 = 1 918 800 cm = 19.19 km.
- Si se argumenta y resuelven las dos preguntas: 2 puntos.
- Si solo se argumenta y resuelve una pregunta: 1 punto.

**5.** Para calcular las distancias se usa el teorema de seno.
$\frac{AG}{\sin 77.53^{\circ}} = \frac{a}{\sin 30^{\circ}} \rightarrow AG = 25.87$ km.
$\frac{BG}{\sin 72.47^{\circ}} = \frac{a}{\sin 30^{\circ}} \rightarrow BG = 25.27$ km.
$\frac{CG}{\sin 66.29^{\circ}} = \frac{BG}{\sin 68.7} \rightarrow CG = 24.83$ km.
Por lo tanto, la población más cercana al barco averiado *G* es Quintero *C*.
- Si se da la solución razonada: 3 puntos.
- Si se calcula la distancia: 2 puntos.
- Si hay algo bien: 1 punto.

## Actividad competencial 11. Orientándose en la montaña

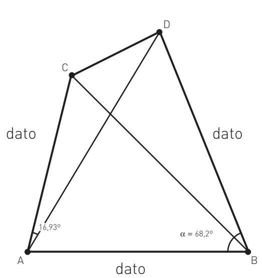
**1.** d) *ACEB* forma un paralelogramo.

**2.** 2 puntos por d) y f). 1 punto por d) o f)

**3.** Los segmentos *CD* y *DE* están aproximadamente a la misma distancia de *A*, y el segmento *DE* es mayor que el segmento *CD*, por tanto el ángulo *CAD* es menor que el ángulo *DAE* y Javier lleva razón.
- Si se llega a la conclusión razonadamente: 2 puntos.
- Si aparece la respuesta sin explicación: 1 punto.

**4.** Usando el teorema del coseno $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times \times AC \times \cos 76^{\circ} \rightarrow BC^2 = 19^2 + 15.66^2 - 2 \times 19 \times 15.66 \times \times \cos 76^{\circ} \rightarrow BC^2 = 461.87 \rightarrow BC = 21.5$ km.
- Si se da el resultado con las operaciones: 2 puntos.
- Si usa el teorema del coseno: 1 punto.

**5.** a) Se conocen tres lados y dos ángulos:




b) Usando tª del cateto se tiene $AD^2 = AB^2 + BD^2 - 2AB \times \times BD \times \cos 68.2^{\circ} = 491.4 \rightarrow AD = 22.2$ km.
c) Usando el teorema del cateto se tiene $CD^2 = AC^2 + + AD^2 - 2AC \times AD \times \cos 17^{\circ} = 73$. Luego $CD = 8.55$ km.
- Si se dan las tres respuestas correctas: 3 puntos.
- Si se dan dos respuestas correctas: 2 puntos.
- Si se da una respuesta correcta: 1 punto.

## Actividad competencial 12. Viaje a las Galápagos

**1.** c)

**2.** b)

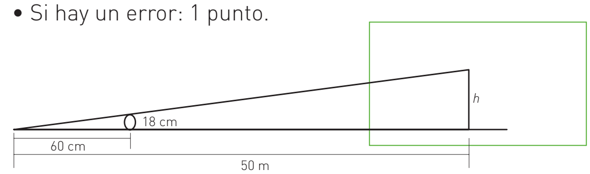
**3.** No tiene datos suficientes En este momento habría tres incógnitas y dos datos.
- Si aparece que no es posible calcularlo y una explicación: 2 puntos.
- Si aparece que no es posible, sin explicación: 1 punto.

**4.** Usando la tangente en los triángulos rectángulos *AOH* y *BOH*, se obtiene:
$\tan HAO = \tan 56^{\circ} = \frac{OH}{OA}$, $\tan HBO = \tan 65^{\circ} = \frac{OH}{OB}$. Despejando *OH* de las dos ecuaciones: $OH = OA \times \tan 56^{\circ} = (OB + 10) \times \tan 56^{\circ}$ y $OH = OB \times \tan 65^{\circ}$. Igualando, queda: $(OB + 10) \times \tan 56^{\circ} = = OB \times \tan 65^{\circ} \rightarrow OB \times \tan 56^{\circ} + 10 \times \tan 56^{\circ} = OB \times \tan 65^{\circ}$. Despejando *OB* se obtiene:

$$OB = \frac{-10 \cdot \tan 56^{\circ}}{\tan 56^{\circ} - \tan 65^{\circ}} = 22.4 \text{ m} \ \text{ y } OH = 48 \text{ m}.$$

- Si se da la solución desarrollada: 2 puntos.
- Si hay un error: 1 punto.

**5.**




Usando el teorema de Tales se tiene:
$\frac{18}{60} = \frac{h}{50} \rightarrow h = 15$ m
- Si aparece la representación y la solución: 3 puntos. /
- Si hay un error: 2 puntos. / • Si hay algo bien: 1 punto.