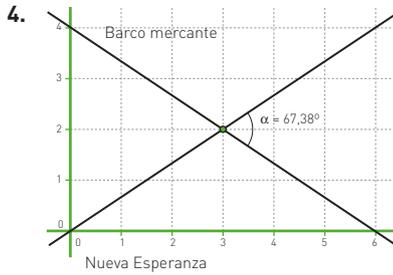


Actividad competencial 1. El capitán

- d)
- a), d) y f)
 - Si aparecen todas las respuestas: 2 puntos.
 - Si hay un error: 1 punto.
- Forma general: $x + 3y - 12 = 0$. Punto de corte: $\left(4, \frac{8}{3}\right)$.
 - Si se dan las dos respuestas: 2 puntos.
 - Si aparece una respuesta: 1 punto.



El ángulo formado por las rectas equivale al ángulo que forman sus vectores de dirección

$$\cos(\widehat{r,s}) = \cos(\widehat{\vec{v}_r, \vec{v}_s}) = \frac{|(3,2) \cdot (3,-2)|}{\|(3,2)\| \cdot \|(3,-2)\|}$$

Operando hallamos $\cos(\widehat{r,s}) = \cos \alpha = \frac{5}{13}$ y $\alpha = \arccos \frac{5}{13} = 67,38^\circ$.

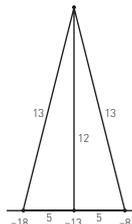
- Si se da la solución desarrollada: 2 puntos.
 - Si se da la fórmula para calcular ángulos, sea con cosenos o con las tangentes usando las pendientes: 1 punto.
- a) Unas ecuaciones paramétricas son $\begin{cases} x = 3t \\ y = 2t \end{cases}$. Un punto genérico es $R(3t, 2t)$.
b) Hallamos el valor de t para que $d(P, R) = 2$:
 $(P,R) = \sqrt{(3t-5)^2 + (2t-1)^2} = 2 \rightarrow (3t-5)^2 + (2t-1)^2 = 4$
 $= 4 \rightarrow 9t^2 - 30t + 25 + 4t^2 - 4t + 1 = 4 \rightarrow 13t^2 - 34t + 22 = 0$.
Resultan dos valores de t : $t = 1.1745$ y $t = 1.4409$.
c) Para $t = 1.1745$, $x = 3.52$ e $y = 2.35$. es decir, el punto $(3.52, 2.35)$. Para $t = 1.4409$, $x = 4.32$ e $y = 2.88$, es decir, el punto $(4.32, 2.88)$. Entre dichos puntos el barco mercante puede ser detectado por el radar del Nueva Esperanza.
 - Si se dan las tres respuestas desarrolladas: 3 puntos.
 - Si hay un error: 2 puntos.
 - Si hay algo bien: 1 punto.

Actividad competencial 2. Representando los números complejos

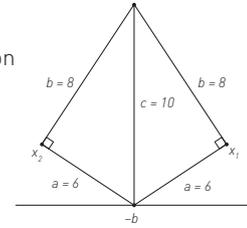
- a)
- 2 puntos por a) y c). 1 punto por a) o c)
- $b = 13$ y $c = 12$.

$$x_1 = -8 \text{ y } x_2 = -18.$$

- Si aparecen la representación y la respuesta: 2 puntos.
- Si solo aparece la representación o la respuesta: 1 punto.



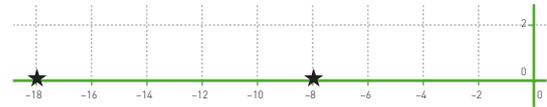
- $b = 8$ y $c = 10$. luego $b < c$ y su representación mediante el método de Wallis es:



Las soluciones son $x_1 = -8 + 6i$ y $x_2 = -8 - 6i$

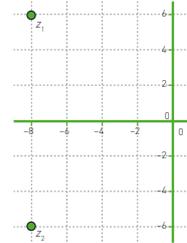
- Si aparecen la representación y la respuesta: 2 puntos.
- Si solo aparece la representación o la respuesta: 1 punto.

- Las soluciones $a x^2 + 26x + 144 = 0$ son $x_1 = -8$ y $x_2 = -18$.



Las soluciones $a x^2 + 16x + 100 = 0$ son $x_1 = -8 + 6i$ y $x_2 = -8 - 6i$.

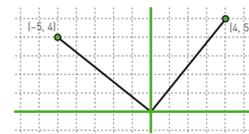
Usando el método de Wallis hay simetría entre las soluciones respecto de la recta $x = -b$. Con la representación usual hay simetría respecto al eje de abscisas.



- Si aparecen las representaciones y la comparación: 3 puntos. /
- Si hay un error: 2 puntos. /
- Si hay algo bien: 1 punto.

Actividad competencial 3. La isla del tesoro

- b)
- d) 2 puntos. b) 1 punto.
- $(4 + 5i) \times i = 4i + 5i^2 = 4i + 5 \times (-1) = -5 + 4i$. Si nos fijamos en los afijos de los dos números complejos, $(4, 5)$ y $(-5, 4)$, la representación que se obtiene es:



Se produce un giro de 90° en sentido contrario al de las agujas de reloj con centro en el origen.

- Si aparece la respuesta justificada: 2 puntos.
- Si no hay justificación: 1 punto.

-

- Si completa el mapa: 2 puntos.
- Si contiene algún error: 1 punto.

- Nos ayudamos del anterior esquema. Si bien se puede hacer analíticamente o usando números complejos, lo vamos a resolver visualmente fijándonos en el esquema:

a) De la horca al roble tenemos el vector $(-1 - x, -y)$. El vector de mismo módulo, girado 90° a la derecha es $(-y, 1 + x)$. La estaca 1 (E1) se encuentra en $R(-1, 0) + (-y, 1 + x) = E1(-1 - y, 1 + x)$.

b) De la horca al encino tenemos el vector $(1 - x, -y)$. El vector de mismo módulo, girado 90° a la izquierda es $(y, 1 - x)$. La estaca 2 (E2) se encuentra en $C(1, 0) + (y, 1 - x) = E2(1 + y, 1 - x)$.

c) El tesoro se encuentra en el punto medio entre $E1(-1 - y, 1 + x)$ y $E2(1 + y, 1 - x)$, que es el punto tesoro $T(0, 1)$.

- Si se dan las tres respuestas: 3 puntos. / • Si hay dos bien: 2 puntos. / • Si hay algo bien: 1 punto.

Actividad competencial 4. La mancha de petróleo

- d)
- 2 puntos por a). 1 punto por b)
- Sustituyendo en las fórmulas $t = 5 \times 60 = 300$ minutos se tiene aproximadamente que $a = 161$ m y $b = 75$ m. Semidistancia focal: $c^2 = a^2 - b^2 \rightarrow c = 142$ (o 143) m. Excéntrica: $e = c/a = 0.89$.
 - Si aparecen las respuestas explicadas: 2 puntos.
 - Si no hay explicación: 1 punto.
- Pasamos las horas a minutos y obtenemos $24 \times 60 = 1440$ min. Calculamos $b(1440) = 18 \times 1440^{1/4} = 111$ m. Calculamos $a(1440) = 111 + 1.2 \times 1440^{3/4} = 391$ (o 392) m. La mancha es una elipse que guarda de forma aproximada las proporciones entre los semiejes 392 a 111. es decir, casi 4 veces más larga que estrecha.



- Si aparecen los cálculos y la representación: 2 puntos.
- Si hay algo bien: 1 punto.

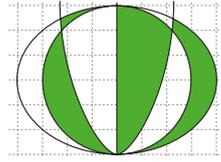
- a) $\frac{x^2}{604^2} + \frac{y^2}{132^2} = 1$.
b) Si está centrada en $O(350, 280)$, entonces $\frac{(x-350)^2}{604^2} + \frac{(y-280)^2}{132^2} = 1$.
 - Si aparecen las ecuaciones correctamente: 3 puntos. /
 - Si hay un error: 2 puntos. / • Si hay algo bien: 1 punto.

Actividad competencial 5. Los nuevos jardines

- a)
- c)
- Puede usarse el área sombreada de la figura 1 y multiplicarla por 2. El área sombreada de la figura 1 es, aproximando a las unidades: área del cuadrado - área del círculo = $(6 \times 3)^2 - \pi 9^2 = 70$ m². Esta área se multiplica por 2 y se obtiene la parte no sombreada de la figura 2. aproximando a las unidades: 140 (o 139) m². De este modo, el área sombreada $(6 \times 3)^2 - 140$ (o 139) = 184 (o 185) m².

- Si se da la respuesta con los cálculos: 2 puntos.
- Si solo aparece la representación o la respuesta: 1 punto.

- Respuesta gráfica abierta. Por ejemplo:

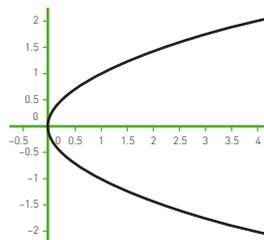


- Si aparece la representación con las condiciones: 2 puntos. / • Si falta alguna condición: 1 punto.

- a) El centro es $C(18, 0)$ y el radio vale $r = 9$ m, por lo tanto $(x - 18)^2 + y^2 = 9^2$.
b) Las rectas que pasan por $O(0, 0)$ son de la forma $y = mx$. Buscamos una recta que tenga un único punto de intersección con la circunferencia $(x - 18)^2 + y^2 = 9^2$: $(x - 18)^2 + (mx)^2 = 9^2 \rightarrow x^2 - 36x + 324 + m^2x^2 = 81 \rightarrow (1 + m^2)x^2 - 36x + 324 - 81 = 0 \rightarrow (1 + m^2)x^2 - 36x + 243 = 0$. Para que tenga solución única, el discriminante debe ser 0. por lo tanto: $36^2 - 4 \times (1 + m^2) \times 243 = 0 \rightarrow 1296 - 972 - 972 \times m^2 = 0 \rightarrow 324 = 972 \times m^2$. Con lo que $m = \pm \sqrt{\frac{1}{3}}$, por lo que las rectas tangentes son $y = \pm \sqrt{\frac{1}{3}}x$. Los puntos de corte para $m = \pm \sqrt{3}$ resultan: $(1 + m^2)x^2 - 36x + 243 = 0 \rightarrow (1 + 1/3)x^2 - 36x + 243 = 0 \rightarrow [4/3]x^2 - 36x + 243 = 0 \rightarrow x = 13.5$.
c) El punto de tangencia es, aproximando a las décimas: $T(13.5, 7.8)$
 - Si se dan las tres respuestas: 3 puntos. / • Si hay uno o dos errores: 2 puntos. / • Si hay algo bien: 1 punto.

Actividad competencial 6. La parábola

- b)
- 2 puntos por a) y c). 1 punto por a) o c)
- No se trata de una función. Para que lo sea, cada valor debe tener una o ninguna imagen, en este caso para $x = 4$ hay dos imágenes: $y = 2$ e $y = -2$. Su gráfica es de la forma:



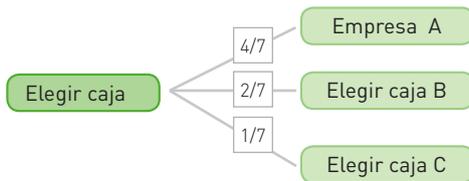
- Si se da la respuesta explicada: 2 puntos.
 - Si se da la respuesta pero no hay explicación: 1 punto.
- La derivada es $y' = 2x$, por lo tanto la pendiente de la recta tangente en $(1, 1)$ es $y'(1) = 2 \times 1 = 2$. De este modo, la ecuación de la recta tangente es $y - 1 = 2(x - 1)$.
 - Si se da la respuesta con los cálculos: 2 puntos.
 - Si hay un error: 1 punto.
 - La recta tangente en $(1, 1)$ es $y = 2x - 1$ y su vector de dirección es $\vec{v} = (1, 2)$. El vector desde $F(0, 0.25)$ hasta $P(1, 1)$ es $\vec{w} = (1, 0.75)$. El ángulo que forman estos vectores

es 26.56° . El vector de salida del foco es $(0, 1)$. El ángulo que forma $\vec{v} = (1, 2)$ con $(0, 1)$ es 26.56° . Por lo tanto, sale con el mismo ángulo con el que incide.

- Si se da la respuesta explicada: 3 puntos. / • Si se da la respuesta con una explicación incompleta: 2 puntos. / • Si hay algo bien: 1 punto.

Actividad competencial 7. Los kilos de uvas

- a)
- 2 puntos por c), 1 punto por a)
- La probabilidad de que todas lo sean es $\frac{200}{445} \times \frac{180}{380} \times \frac{160}{375} = 0.09$. La probabilidad de que alguna lo sea es $P(\text{alguna}) = 1 - P(\text{ninguna}) = 1 - \frac{(445-200)}{445} \times \frac{(380-180)}{380} \times \frac{(375-160)}{375} = 1 - 0.17 = 0.83$.
 - Si se dan las dos soluciones: 2 puntos.
 - Si hay una solución: 1 punto.
- Si x es la probabilidad de tomar una caja de la empresa C, tenemos que es $2x$ la probabilidad de tomar una caja de la empresa B y $4x$ la probabilidad de tomar una caja de la empresa A. Como $x + 2x + 4x = 1 \rightarrow x = 1/7$. El diagrama de árbol es:



- Si se da el diagrama con todas las probabilidades: 2 puntos. / • Si hay un error: 1 punto.
- a) Si se elige una caja al azar, ¿qué probabilidad hay de que sea de la empresa A?
b) Si se elige una caja de Sugraone, ¿qué probabilidad hay de que sea de la empresa B?
c) Si se elige una caja de la empresa C ¿qué probabilidad hay de que sea de uva Thompson o Red Globe?
• Si se dan las tres respuestas: 3 puntos. / • Si se dan dos respuestas: 2 puntos. / • Si se da una respuesta: 1 punto.

Actividad competencial 8. El rescate de Edmundo

- d)
- a)
- Se usa el teorema de la probabilidad total. En este caso tenemos que $P(\text{encontrarse con los lobos}) = P(\text{ir por A}) \times P(\text{encontrarse con los lobos si van por A}) + P(\text{ir por B}) \times P(\text{encontrarse con los lobos si van por B}) + P(\text{ir por C}) \times P(\text{encontrarse con los lobos si van por C}) = \frac{1}{3} \times 0.3 + \frac{1}{3} \times 0.4 + \frac{1}{3} \times 0.5 = 0.4$.
 - Si aparece el teorema y los cálculos: 2 puntos.
 - Si aparece el teorema o la solución: 1 punto.
- Usando el teorema de Bayes, tenemos que $P(\text{usar A si no se encontraron con lobos}) = P(\text{usar A y no encontrarse con lobos}) / P(\text{no encontrarse con lobos}) =$

$$\frac{\frac{1}{3} \times 0.7}{\left(\frac{1}{3} \times 0.7 + \frac{1}{3} \times 0.6 + \frac{1}{3} \times 0.5\right)} = 0.39 \text{ (redondeando a las centésimas).}$$

- Si se da la solución con las operaciones: 2 puntos.
- Si se da la solución sin operaciones: 1 punto.

5. Puedes ayudarte de una tabla:

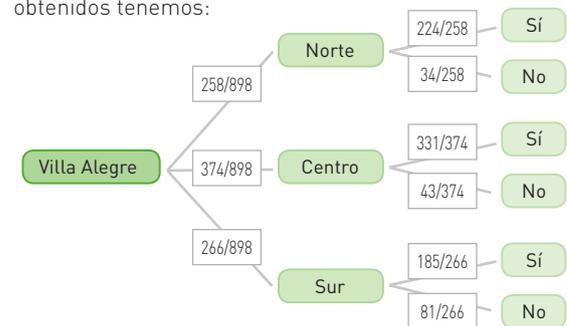
	Cofre 1	Cofre 2	Cofre 3	Cofre 4
Tesoro en 1	F	F	V	V
Tesoro en 2	V	V	F	V
Tesoro en 3	V	V	V	F
Tesoro en 4	V	V	V	V

El tesoro debe estar en el cofre 1, de este modo hay dos que dicen la verdad (los cofres 3 y 4) y dos que dicen una falsedad (los cofres 1 y 2).

- Si se da la respuesta razonada: 3 puntos.
- Si se da la respuesta con un razonamiento incompleto: 2 puntos.
- Si se da un razonamiento parcial: 1 punto.

Actividad competencial 9. Encuesta de satisfacción

- a)
- 2 puntos por c), 1 punto por b) o d)
- Se pueden calcular los porcentajes de vecinos satisfechos en cada uno de los tres aspectos en los tres barrios. En el Barrio Centro la satisfacción en cada uno de los aspectos supera el 80%, concretamente es del 88.50%, 83.16% y 80.75%.
 - Si se da la solución justificada: 2 puntos.
 - Si se da la solución sin justificar: 1 punto.
- Si se elige un vecino de Villa Alegre, puede ser del Barrio Norte, Centro o Sur. Tomando como referencia los datos obtenidos tenemos:



- Si aparece el diagrama completo: 2 puntos.
 - Si se cometen dos errores como máximo: 1 punto.
- Un aspecto a mejorar sería dar a conocer la población de cada uno de los barrios. Nada indica que el número de encuestados sea proporcional a su número de habitantes. Se podría dar la circunstancia de que la población de un barrio sea muy superior a la de cualquier otro. Por otro lado, e independientemente de la población que haya en cada barrio, es útil conocer el porcentaje de vecinos insatisfechos y satisfechos con alguno de los aspectos; este sería un aspecto bueno de la encuesta.

- Si aparece la respuesta de la encuesta razonada con al menos un aspecto bueno y otro que mejorar: 3 puntos. /
- Si aparece la respuesta pero falta uno de los dos aspectos: 2 puntos. / • Si hay algo bien: 1 punto.

Actividad competencial 10. La ronda de penales

1. b)
2. d)
3. Para que el primer gol sea el cuarto lanzamiento debe ser: 1.er lanzamiento (Racing): fallado, 2.º lanzamiento (Sporting): fallado, 3.er lanzamiento (Racing): fallado, 4.º lanzamiento (Sporting): gol. La probabilidad de que esto ocurra es $0.1 \times 0.2 \times 0.1 \times 0.8 = 0.0016$.
 - Si se da el resultado con los cálculos: 2 puntos.
 - Si aparece el resultado sin los cálculos: 1 punto.
4. No es correcto; eso se daría si de 10 penaltis lanzados, 8 fueran goles; pero no obliga a que sean 4 de un equipo y 4 de otro. La forma correcta es: el Racing falló 1 de los 5 penales y el Sporting falló 1 de los 5 penales. Por lo tanto son $5 \times 5 = 25$ modos distintos. Pudo ser 1.º el Racing y 1.º el Sporting, 1.º el Racing y 2.º el Sporting, etc.
 - Si se da la respuesta argumentada: 2 puntos.
 - Si se da la solución sin argumentar: 1 punto.
5. La forma de obtener 0.00134369 es con 4 goles y 1 fallado del Racing y 3 goles y 2 fallados del Sporting. $0.9^4 \times 0.1 \times 0.8^3 \times 0.2^2 = 0.00134369$. El orden no es importante en esta ocasión, si bien en un torneo oficial se dejan de lanzar penales cuando uno de los dos equipos es matemáticamente vencedor. Así, por ejemplo, valdría:

Racing	Sporting	Racing	Sporting	Racing	Sporting	Racing	Racing	Sporting	Racing
G	G	G	G	G	G	N	N	G	N

- Si se da una respuesta correcta: 3 puntos. / • Si hay un error: 2 puntos. / • Si se cometen dos errores: 1 punto.

Actividad competencial 11. Hablando por teléfono

1. d)
2. 2 puntos por a), 1 punto por b)
3. Se trata de una distribución de Bernoulli donde el número de experiencias es $n = 100$ y la probabilidad de éxito es $p = 0.1$. La media es $n \times p = 10$ personas y la desviación estándar es $\sqrt{n \times p(1-p)} = \sqrt{100 \times 0.1 \times 0.9} = \sqrt{9} = 3$ personas.
 - Si se da la respuesta justificada: 2 puntos.
 - Si se reconoce que es una distribución de Bernoulli: 1 punto.
4. La variable aleatoria X , (que un no cliente contrate una nueva promoción), sigue una distribución de Bernoulli con $n = 100$ y $p = 0.05$. Luego

$$P(X=4) = \binom{100}{4} \times 0.05^4 \times 0.95^{96} = 0.1781.$$

- Si se da la respuesta: 2 puntos.
- Si hay un error: 1 punto.

5. Siendo X la variable aleatoria «un cliente contrate una nueva promoción», aplicamos una distribución de Bernoulli de media 10 y desviación estándar 3. Se puede aproximar por una normal de media 10 y desviación estándar 3, $N(10, 3)$, de modo que, siendo Z la normal es $N(0, 1)$: $P(X \geq 12) = P(N(10,3) \geq 11.5) =$ (usando la corrección de Yates) $= P\left(Z \geq \frac{11.5-10}{3}\right) = P(Z \geq 0.5) = 1 - 0.6915 = 0.3085$.
 - Si aparece la respuesta correcta: 3 puntos.
 - Si hay un error: 2 puntos.
 - Si hay algo bien: 1 punto.

Actividad competencial 12. Gauss, su campana y el peso

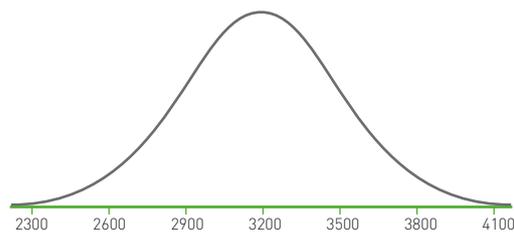
1. a)
2. b) Las dos probabilidades coinciden.
3. $P(N(3200, 250) < x) = 0.9$, por tanto $P\left(Z < \frac{x-3200}{250}\right) = 0.9$.

Buscando en la tabla de la normal hasta qué valor la probabilidad es 0.9 resulta:

$$\frac{x-3200}{250} = 1.28; x = 3250 \text{ g.}$$

- Si se da el resultado con las operaciones: 2 puntos.
 - Si hay un error: 1 punto.
4. En el Hospital Metropolitano la media es de 3000 g y la desviación típica de 200 g. En el Hospital Nacional la media es de 3100 g y la desviación típica de 100 g. Una niña que al nacer pese más de 3300 g supone, en el primer caso, que supera la media en una vez y media la desviación típica. En el segundo caso, supone que supera la media en dos veces la desviación típica. Por lo tanto es más probable encontrarla en el Hospital Metropolitano.
 - Si se da el razonamiento correcto: 2 puntos.
 - Si hay algo bien: 1 punto.

5.



La media debe estar en el centro y se debe conservar la simetría. Aproximadamente dos terceras partes de los datos deben encontrarse entre la media menos la desviación típica y la media más la desviación típica. El 95% de los datos deben hallarse entre la media menos dos veces la desviación típica y la media más dos veces la desviación típica.

- Si se da la gráfica comentada: 3 puntos.
- Si se comete un error: 2 punto.
- Si hay algo bien: 1 punto.